

BSPE 00285-487-1

동해 남서부 해역에서의 해양음향
토모그래피 실험에 관한 연구
(I : 문헌수집)

A study on the ocean acoustic tomography experiment
in the South-West of East Sea (Japan Sea)
(I : Literature survey)

1992. 7.

한국해양연구소

제 출 문

한국해양연구소장 귀하

본 보고서를 “동해 남서부 해역에서의 해양음향 토모그래피 실험에 관한 연구 (I : 문헌수집)” 과제의 최종 보고서로 제출합니다.

1992년 7월

한국해양연구소

연구책임자 : 김봉채 (응용물리연구실)

변상경 (해양물리연구부)

요 약 문

I. 제 목

동해 남서부 해역에서의 해양음향 토모그래피 실험에 관한 연구 (I: 문헌수집)

II. 연구개발의 목적 및 중요성

동해 남서부 해역에서의 수온과 유속의 실시간 모니터링에 최종목표를 두고 이를 위해 1차 년도에는 해양음향 토모그래피에 관한 문헌 및 자료 등을 조사하여 연구현황을 파악함과 함께 이 기법에 적용되는 기초이론 즉, 음파전파 이론 및 역방법 이론을 조사연구하여 컴퓨터 수치 시뮬레이션에 필요한 기초자료를 확보한다.

III. 연구개발의 내용 및 범위

1. 해양음향 토모그래피의 원리
2. 해양음향 토모그래피 기초이론 - 음파전파 이론 및 역방법 이론
3. 1981년의 해양음향 토모그래피 실험결과

IV. 연구개발 결과 및 활용에 대한 건의

1. 동해 남서부 해역에서의 해양음향 토모그래피 실험을 위해서는 기존의 해양관측 자료분석으로 평균적인 음속과 유속구조 파악이 선행되어야 함
2. 음파전파 이론 및 역방법 이론에 관한 수치해석 모델연구가 필요함

SUMMARY

I. Title

A study on the ocean acoustic tomography experiment in the South-West of East Sea (Japan Sea)

(I: Literature survey)

II. Objectives of the study

The final goal of this study is a real-time monitoring of sea water temperatures and movements in the South-West of East Sea. As a first step toward the final goal, the followings were considered.

1. To survey the literature of ocean acoustic tomography
2. To study the basic theories for sound propagation and inverse method

III. Contents

1. Principles of ocean acoustic tomography
2. Theories of sound propagation and inverse method
3. Results of 1981 tomography experiment

IV. Suggestions

In order to apply to the acoustic tomography in the South-West of East Sea, it is necessary to understand the profiles of average sound velocity and average current velocity in the test site by means of the analysis of the existed oceanographic data. Also it is suggested to study on the models about sound propagation and inverse method.

목 차

요약문	3
영문 요약문	5
그림목차	11
제 1 장 서론	13
제 2 장 해양음향 토모그래피의 원리	14
2.1 해양에서의 음파전파	14
2.2 음파 전파시간의 측정	16
2.3 해양 음속구조의 추정	16
제 3 장 음파전파 이론	22
3.1 성층모델	22
3.2 비성층모델	33
제 4 장 역방법 이론	40
4.1 선형 역방법	40
4.2 비선형 역방법	57
4.3 Kalman Filter법	58
제 5 장 1981년의 해양음향 토모그래피 실험결과	61
제 6 장 결론	71
참고문헌	73

CONTENTS

Summary	5
List of Figures	11
Chapter 1. Indroduction	13
Chapter 2. Principles of Ocean Acoustic Tomography	14
2.1 Sound Prapagation in the Sea	14
2.2 Travel Time Measurement of Pulsed Sound Wave	16
2.3 Estimation of Sound Velocity Structure	16
Chapter 3. Theories of Sound Propagation	22
3.1 Range Independent Model	22
3.2 Range Dependent Model	33
Chapter 4. Theories of Inverse Method	40
4.1 Linear Inverse Method	40
4.2 Nonlinear Inverse Method	57
4.3 Method of Kalman Fiter	58
Chapter 5. Results of 1981 Tomography Experiment	61
Chapter 6. Conclusions	71
References	73

List of Figures

Fig. 2.1. (a) A typical sound speed profile, and (b) acoustic paths between a transmitter (S) and a receiver (R).	15
Fig. 2.2. Principle of ocean acoustic tomography, showing transmission between multiple transmitters (S) and receivers (R).	15
Fig. 3.1. Cylindrical coordinates.	23
Fig. 5.1. Location of 1981 tomography experiment.	63
Fig. 5.2. Geometry of 1981 tomography experiment. S: transmitters, R: receivers, E: current meters and temperature/pressure recorders.	64
Fig. 5.3. Multipath arrival structure S1 to R3, before and after corrections for clock drifts and mooring displacements.	65
Fig. 5.4. Empirical orthogonal functions (EOF) for potential sound speed computed from MODE-1 hydrography.	66
Fig. 5.5. (a) Reference sound speed profile [MODE $C_0(z)$] used for inversions (solid line), spatial average of all CTD survey (dotted line), spatial average calculated from acoustics (dashed line), and (b) sound speed profile differences, CTD spatial average minus MODE $C_0(z)$ (dotted line), tomography spatial average minus MODE $C_0(z)$	67
Fig. 5.6. Comparison of tomographic and CTD maps at 700 m depth.	68
Fig. 5.7. Comparison of tomographic and AXBT maps at 350 m depth.	69
Fig. 5.8. Time series of three day running average maps at 700 m with CTD surveys shown at beginning and end.	70

제 1 장 서론

해양음향 토모그래피 (Ocean Acoustic Tomography)는 해수중에 설치한 송파기와 수파기의 사이에서 다수의 음선에 따라 전파된 음파의 전파시간에 관한 정보로부터 역방법을 이용하여 송·수파기 사이의 음속분포를 구하고 이것으로부터 수온분포 및 유속분포를 계산하는 최신의 해양관측 기법이다. 중규모로부터 지구규모까지의 해양 구조 변동을 생력적으로 장기간 연속관측을 가능하게 할 수 있는 이 방법은 수십~수백 Hz의 저주파 음파를 해양의 사운드 채널 (Sound Channel)내에서 방사하여 여러 경로를 거쳐 전파된 음파를 수신 분리함으로써 음파의 도달시간을 정밀하게 계측한다. 해수중의 음속은 수온, 염분, 압력에 의존하므로 음파의 도달시간에는 수온, 염분, 압력의 분포상태가 반영되어 있으므로 역방법을 이용하면, 수온·염분·밀도 등 해양물리 파라미터의 수평·수직의 구조를 추정할 수 있고, 송·수파 겸용의 송·수파기로 송파와 수파를 교대로 사용하는 경우에는 유속분포를 유추할 수 있다. 해양음향 토모그래피는 1979년 Munk와 Wunsch에 의하여 처음 제안된 이래 기초적인 연구가 미국을 중심으로 활발히 이루어지고 있으며, 최근 지구의 온난화에 관한 관심이 고조됨에 따라 이것과 밀접한 관련이 있는 해수의 온도변화를 해양음향 토모그래피에 의하여 지구규모로 관측하려는 계획이 미국에서 진행중에 있고 (Munk and Forbes, 1989), 캐나다, 일본, 소련, 프랑스, 인도, 오스트레일리아, 뉴질랜드 등 각국에서도 이 연구에 참가하고 있다.

본 연구의 목적은 상기의 최신 관측기법을 이용하여 한반도 주변해역 (표층이심)의 수온과 유속을 실시간 모니터링하는 데 있다. 이를 위해 1차년도에는 해양음향 토모그래피에 관한 기존자료 및 문헌을 수집·정리하여 연구현황을 파악함과 함께 컴퓨터에 의한 수치 시뮬레이션에 필요한 이론 즉, 음파전파 이론 및 역방법 이론 등의 연구를 진행시켰다.

제 2 장 해양음향 토모그래피의 원리

해수층을 전파하는 음파는 해양의 물리적인 성질에 관한 정보를 그 안에 포함하고 있다. 해양의 물리적인 성질이 음향신호에 대하여 어떠한 영향을 주는가를 명확히 알 수 있으면, 역으로 음향신호로부터 해양의 정보를 뽑아낼 수 있다. 이와 같은 생각으로부터 Munk와 Wunsch (1979)는 음파전파를 이용하여 해양변동의 분포를 얻는 해양음향 토모그래피를 제안하였다. 그들은 해양에 설치한 관측점 사이에서 전송되어진 음향펄스의 전파시간을 측정하면, 해양내의 수백 km의 공간적인 분포를 가진 중규모 변동을 추정할 수 있음을 주장하였다. 해양음향 토모그래피는 기본적으로 두 부분으로 구성되어 있다. 하나는 해양중에 설치한 송·수파기 사이의 음파 전파시간 또는 그 변동을 측정하는 것이고, 다른 하나는 그 측정치로부터 송·수파기 사이의 해양의 음속 및 유속구조를 추정하는 것이다. 여기에서는 해양음향 토모그래피의 기본 원리에 관하여 기술한다.

2.1 해양에서의 음파전파

해수층의 음속은 온도·압력·염분에 따라 변동한다. 염분은 어느 해역내에서는 변화가 작아 일정하다고 생각하여도 좋으므로 온도·압력만을 고려하면 된다. 압력이 일정하면 온도가 높을수록 음속이 크다. 온도가 일정하면 압력이 클수록 음속이 크다. 해수의 온도는 표층으로부터 저층으로 갈수록 낮아지지만, 압력은 증가한다. 이들의 효과에 의하여 음속의 수직분포는 어느 수심에서 음속 최소층을 갖게 된다. 중위도 지방에서 음속 최소층은 수심 1,000 m 부근에 위치한다. 음파는 속도가 느린 쪽으로 굴절하여 전파하므로 음파는 이 음속 최소층을 중심으로 전파하게 된다. 그림 2.1에 거리 300 km의 송수파기 사이에서 전파하는 음파의 경로를 보이고 있다. 이와 같이 송·수파기 사이에서는 여러 전파경로를 가진 음파가 도달한다. 수심이 4,000 m 이상의 해역에서는 해저·해표면에서 반사되지 않아 원거리까지 안정적으로 음파를 전파하게 할 수 있다. 이와 같은 음파전파를 이용하면 해양구조 변동을 측정할 수 있다.

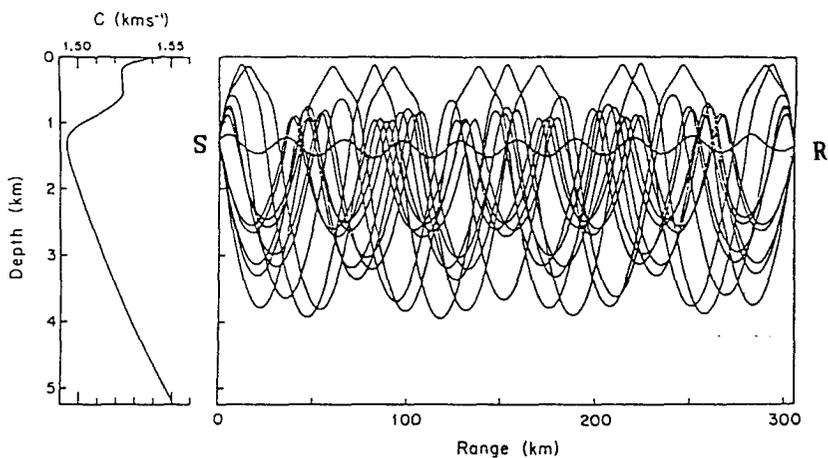


Fig. 2.1. (a) A typical sound speed profile, and (b) acoustic paths between a transmitter (S) and a receiver (R).

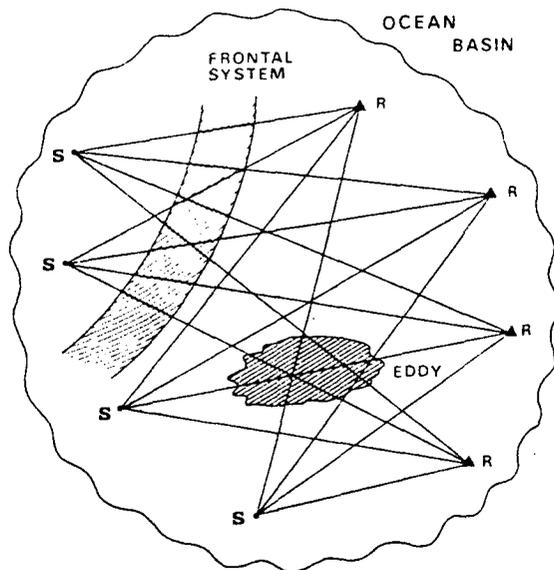


Fig. 2.2. Principle of ocean acoustic tomography, showing transmission between multiple transmitters (S) and receivers (R).

2.2 음파 전파시간의 측정

종래의 해양관측에서는 m 개의 측정점에서 m 개의 점에 관한 측정치 밖에 얻어지지 않는다. 그러나 T_s 개의 송파기와 T_r 개의 수파기를 그림 2.2와 같이 설치하고 송·수파기의 사이에서 음파를 전파시키면, 점선과 같이 수평면내에 $T_s \times T_r$ 개의 경로가 존재하여 $T_s \times T_r$ 개의 정보를 얻을 수가 있다. 즉 음파전파를 이용하면 종래의 점 관측에 비하여 대단히 넓은 범위의 정보를 얻을 수 있다. 게다가 한 쌍의 송파기-수파기를 포함하는 수직면내에는 P 개의 분해가능한 음파 전파경로가 있다. 수심 수천 m, 거리 수백 km의 음파전파에서는 분해할 수 있는 음파 전파경로는 보통 10 개 정도 된다. 이들의 경로는 별도의 수직궤적을 갖고 있으며, 또한 송파기와 수파기의 심도를 적당히 조절하면, 해면으로부터 해저 부근까지 음파가 통하도록 할 수 있고 종래의 측정기를 수직으로 해중에 내려 얻은 정보와 동등의 것을 얻을 수 있다. 또 이 방법은 공간적으로 적분된 정보를 측정하므로 음파 전파경로상의 미소한 변동이 평균화되어 중규모 변동만을 추출할 수 있는 이점도 있다. 해양음향 토모그래피에서는 주로 음파 전파시간의 정보가 이용된다. 합계 $T_s \times T_r \times P$ 개의 음파 전파시간 자료로부터 해양의 음속구조·유속구조를 추정한다.

2.3 해양 음속구조의 추정

해양음향 토모그래피에서는 음파 전파시간의 자료를 이용하여 해양의 음속장을 결정하는 것을 목적으로 하지만, Ray Path 자체가 미지이므로 이 상태로는 음속장을 결정할 수 없다. 그런데 대상해역의 평균적인 음속장 $C_0(z)$ 에 대한 Ray Path를 구해 놓으면, Eddy나 내부파 등에 의한 음속변동 $\delta C(r, z)$ 가 존재하더라도 $C_0 \gg \delta C$ 이므로 이들이 음파의 전파시간에 주는 영향에 비하여 Ray Path에 주는 영향이 작은 것으로부터 해양음향 토모그래피가 가능하게 되는 것이다 (Spiesberger, 1985).

수평좌표를 r , 연직좌표를 z 라 하고, 기준음속장 $C_0(z)$ 에 대한 Ray Path를 Γ_0 라 할 때, 음파의 전파시간 T_0 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$T_0 = \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0(z)} \quad (2.1)$$

여기서, ds 는 Ray에 따른 미소의 거리이다. Eddy나 내부파 등에 의하여 변화된 음속 장을 $C(r, z)$ 라고 하면, 새로운 Ray Path Γ 에 따른 음파의 전파시간 T 는 다음 식으로 나타내어진다.

$$T = \int_{\Gamma} \frac{ds}{C(r, z)} \quad (2.2)$$

여기서, $C=C_0(z)+\delta C(r, z)$ 이고, 해양에서는 $\delta C/C_0 \approx 0.03$ 정도이다. (2.2)식과 (2.1)식의 차를 취하면, 음파 전파시간의 차 δT 를 구할 수가 있다.

$$\delta T = T - T_0 = \int_{\Gamma} \frac{ds}{C_0 + \delta C} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0} \quad (2.3)$$

여기서, $\delta C/C_0 \ll 1$ 이므로 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\frac{1}{C_0 + \delta C} = \frac{1}{C_0} \left[1 - \frac{\delta C}{C_0} + \left(\frac{\delta C}{C_0} \right)^2 - \left(\frac{\delta C}{C_0} \right)^3 + \dots \right]$$

이것을 (2.3)식에 대입하여 $(\delta C)^3$ 항까지를 고려하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta T &\approx \int_{\Gamma} \frac{ds}{C_0} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0} - \int_{\Gamma} \frac{\delta C}{C_0^2} ds + \int_{\Gamma} \frac{(\delta C)^2}{C_0^3} \left[1 - \frac{\delta C}{C_0} \right] ds \\ &= - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C}{C_0^2} ds + \left[\int_{\Gamma} \frac{ds}{C_0} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0} \right] \\ &\quad + \left[\int_{\Gamma_0} \frac{\delta C}{C_0^2} ds - \int_{\Gamma} \frac{\delta C}{C_0^2} ds \right] + \int_{\Gamma} \frac{(\delta C)^2}{C_0^2} \frac{1}{C_0 + \delta C} ds \quad (2.4) \end{aligned}$$

(2.4)식의 우변 제2항 이하는 비선형항이므로 일괄하여 ε 으로 표시하면,

$$\delta T = - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C}{C_0^2} ds + \varepsilon \quad (2.5)$$

가 된다 (Spiesberger and Worcester, 1983). ε 을 생략하면,

$$\delta T_i = - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C}{C_0^2} ds \quad (2.6)$$

가 된다. (2.6)식은 δC 를 미지수로 하는 적분방정식이 되어 있다.

그런데 한 쌍의 송수파기 사이에서 쌍방향 음파전파 실험 (Reciprocal Sound Transmission Experiment)을 행하면 음속변화와 유속을 동시에 측정할 수 있다 (Worcester et al., 1985). 유속 $u(r, z)$ 가 존재하는 해역에서 쌍방향 음파전파 실험을 행하는 경우를 생각한다. 송파기 S에서 수파기 R로 향하여 전파하는 음파의 도달 시간을 T_1 , 그 반대로 전파하는 음파의 전파시간을 T_2 라고 하면,

$$T_1 = \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C(r, z) + u(r, z)} \quad (2.7)$$

$$T_2 = \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C(r, z) - u(r, z)}$$

가 된다. (2.7)식과 (2.1)식의 차를 취하면,

$$\delta T_1 = T_1 - T_0 = \int_{\Gamma} \frac{ds}{C + u} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0} \approx - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C + u}{C_0^2} ds \quad (2.8)$$

$$\delta T_2 = T_2 - T_0 = \int_{\Gamma} \frac{ds}{C - u} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{C_0} - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C - u}{C_0^2} ds \quad (2.9)$$

가 된다. (2.8)식과 (2.9)식의 합을 취함에 의하여

$$\frac{\delta T_1 + \delta T_2}{2} = - \int_{\Gamma_0} \frac{\delta C}{C_0^2} ds \quad (2.10)$$

을 얻고, (2.8)식과 (2.9)식의 차를 취함에 의하여

$$\frac{\delta T_1 - \delta T_2}{2} = - \int_{\Gamma_0} \frac{u}{C_0^2} ds \quad (2.11)$$

을 얻는다. 여기서 (2.10), (2.11)식은 각각 δC , u 를 미지수로 하는 적분방정식이 되어 있다.

다수개의 음선중 i 번째의 음선이 j 번째의 분할영역을 자르는 길이를 R_{ij} 라 하여, (2.6)식을 다음과 같이 근사한다.

$$\delta T_i = \sum_{j=1}^N G_{ij} \delta C_j \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (2.12)$$

여기서, $G_{ij} = -R_{ij}/C_{0j}^2$ 이고, M 과 N 은 각각 음선과 분할영역의 수이다. (2.12)식을 행렬로 표시하면,

$$\delta T = G \delta C \quad (2.13)$$

와 같다.

다음에 음파 전파시간 변동 δT 에 포함된 오차에 대하여 생각하기로 한다. 이것을 명확히 나타내어 (2.13)식을 다시 쓰면,

$$\delta T = G \delta C + E_P + E_T + E_N + E_L \quad (2.14)$$

여기서,

- E_P : 위치의 불확정에 의한 오차
- E_T : 시계의 Drift에 의한 오차
- E_N : 측시오차
- E_L : 이산화 오차

와 같다. 이 중에서 E_P 는 다소 복잡하다. 이것을 다음과 같이,

$$E_P = (\text{달위치의 불확정}) + (\text{송파기·수파기 위치의 변동})$$

으로 나누어 쓸 수 있다. 윗식의 우변 제1항은 송파기와 수파기의 평균 수평거리와 초기 측위위치와의 차이를 나타내고 수 km의 오차를 갖고 있다. 이 오차를 보정하기 위하여는 Inversion의 한 변수로서 위치 보정항을 다루어 평균 수평거리를 계산하는 것이 필요하다. 또는 평균 수평거리를 변수로 하여 고유음선을 계산하고 실측한 전파시간 스펙트럼을 평균분포와 비교하여 평균 수평거리의 최적치를 추정한다. 우변 제2항은 송파기나 수파기의 계류계 주위에 배치한 3개의 Transponder의 측위 시스템에 의하여 얻어지는 상대 위치변화의 자료에 의하여 보정하여야 한다. 이 양은 수십 m로부터 수백 m까지이다. 시계의 Drift E_T 는 송파기와 수파기에 내장된 시계의 특성 변화 불일치 등에 의한 것이고, 전파시간 변동에 대하여 바이어스를 생기게 한다. 이것을 보정하기 위하여 원자시계를 간헐적으로 구동하여 사용되는 수정시계를 보정하여야 한다. 측시오차 E_N 은 마이크로 패스에 의한 이론적인 시간 변동오차와 전파시간 피크의 분해능에 의한 분리오차와의 합이 된다. 분리오차는 토모그래피에 쓰이는 M계열 신호의 1 디지털의 시간폭과 같은 정도로 수십 ms 이하이다. 이 오차는 하

드웨어의 성능에 크게 의존하고 있다. 이들을 요약하면, E_p 는 측위계의 도움을 빌리면 보정가능하고, E_T 는 고정도의 원자시계를 도입하는 것에 의하여 보정될 수 있다. E_N 에 대하여는 대역폭이 넓은 음원을 사용하는 것에 의하여 상당한 보정이 가능하지만, 마이크로 페스에 의한 불확정성은 보정할 수 없다. 따라서 보정할 수 있는 항은 모두 보정한 다음 남은 오차를 δT_N 이라 하면, δT 는

$$\delta T = G \delta C + \delta T_N \quad (2.15)$$

이라 쓸 수 있다.

여기에서 이 G 를 토모그래피 행렬이라 부른다. (2.13)식 또는 (2.15)식에 있어서 G 의 역행렬을 구할 수가 있으면, 음파 전파시간 변동자료 δT 로부터 음속변동 δC 를 결정할 수 있게 된다. 이 식은 선형의 관계식이 되어 선형시스템의 입력으로부터 입력을 추정하는 선형 최적추정 이론에 기초하여 음속변동을 추정할 수가 있다. 그리고 유속의 영향을 고려한 (2.10), (2.11)식으로부터 쌍방향 음파전파 시간에 관한 자료가 있으면, 변동음속과 유속의 장을 동시에 추정할 수가 있다.

제 3 장 음파전파 이론

해양은 대단히 복잡한 음파전파 매체이다. 복잡함을 일으키는 최대의 원인은 해양 자체가 갖고 있는 음향특성의 불균일성에 있다. 불균일성에는 결정론적으로 다를 수 있는 것과 시간적·공간적으로 불규칙하게 변화하여 확률론적인 취급이 필요한 것이 있다. 해양중의 음속변동은 비교적 작아 1450 m/s로부터 1540 m/s 정도의 범위에 불과하다. 그러나 해양음향 토모그래피 등에 이용되는 저주파 음파는 대단히 먼 거리까지 전파하므로 매질에 있어서 약간 정도의 불균일에 의한 음파의 굴절이 전파특성에 커다란 영향을 준다. 음속의 공간변화는 보통 연직방향의 변화가 수평방향의 변화에 비하여 10^3 배 정도 크고, 이것이 음파의 장거리 전파에 중요한 역할을 한다.

해양음향 토모그래피에 있어서 음파전파 상태를 컴퓨터로 시뮬레이션하기 위하여는 해양에서의 음파전파에 관한 모델연구가 선행되어야 한다. 해양에서의 음파전파 모델에는 크게 결정론적인 모델 (Deterministic Model)과 확률론적인 모델 (Stochastic Model)이 있다. 실제 해양에서 음파전파를 다룰 경우, 그 어느 쪽을 따를 것인가는 매질의 변화, 변동의 크기 등에 의존한다. 음파전파 모델은 결정론으로부터 출발하여 어느 정도 성과를 거두고 현재도 진전을 계속하고 있지만, 한편으로는 매질의 커다란 변화에 대하여 결정론만으로는 어떤 한계가 존재하는 것으로부터 확률론적인 모델이 연구되기 시작하였다. 금후 해양음향 토모그래피와 같이 음파전파를 역문제로서 이용하려는 것과 같은 분야에 있어서는 확률론적인 음파전파 모델이 더욱 중요하게 되리라고 생각되지만, 아직 발전도중에 있으므로 여기에서는 음파전파에 관한 결정론적인 모델만을 소개하려 한다. 결정론적인 모델에는 매질의 음향특성이 수평방향으로는 거의 일정하다고 하는 성층모델 (Range Independent Model 또는 Stratified Model)과 수평방향의 매질변화를 고려한 비성층모델 (Range Dependent Model)로 대별할 수 있다.

3.1 성층모델

매질에 있어서 음향특성의 공간변동은 연직방향이 수평방향에 비하여 훨씬 크다. 따라서 그다지 원거리까지의 음파전파를 생각하지 않을 경우 수평방향의 매질변화를 무시하고 연직방향만의 고려로 충분할 때가 많다. 이와 같은 매질특성의 변화

를 연직방향으로 한정된 음파전파 모델을 성층모델이라 부른다. 이 제한에 의하여 문제는 간단하게 되고 파동방정식에는 변수분리법을 적용할 수 있으며 음선이론에서는 Snell의 법칙을 적용할 수가 있게 된다. 성층모델의 대표적인 것으로서 음선모델, 다중경로 전개모델, Normal Mode 모델, FFP (Fast Field Program) 등이 있다.

3.1.1 음선모델

해양중에 놓인 각주파수 ω 의 단위강도 점음원에 의한 음장은 다음과 같은 스칼라 파동방정식으로 주어진다.

$$\nabla^2 \Psi(R, R_s; \omega) + k^2(R) \Psi(R, R_s; \omega) = -4\pi \delta(R - R_s) \quad (3.1)$$

여기서, R_s 는 음원의 위치좌표, R 은 수파점의 위치좌표, $C(R)$ 은 음속, $k(R) = \omega/C(R)$ 은 매질의 파수, $\Psi(R) \exp(-j\omega t)$ 는 속도 포텐셜, $\delta(R - R_s)$ 는 Dirac Delta 함수를 나타낸다. 또 ∇^2 은 공간 2계 미분이다. 좌표계로서 음원직상의 해표면을 원점으로 하고 z 축을 연직하방으로 취한 원통좌표계 (r, z, ϕ) 를 쓰기로 한다 (그림 3.1).

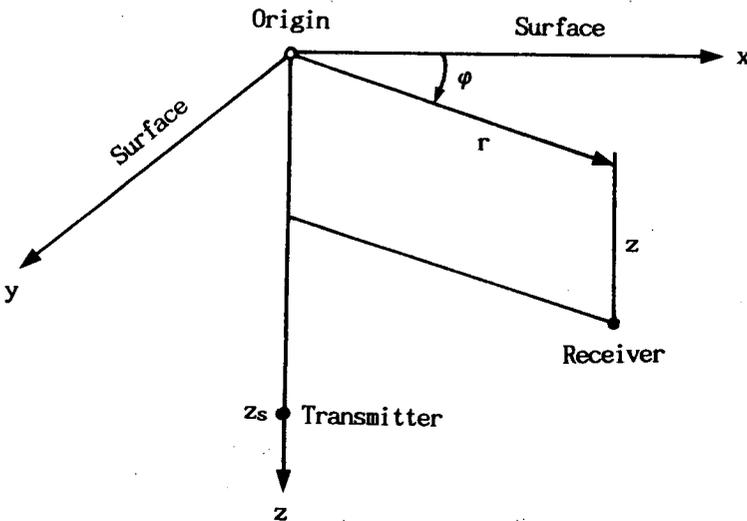


Fig. 3.1. Cylindrical coordinates.

(3.1)식의 해는 여러 위상속도로 전파하는 원통확산파의 중첩으로서 다음과 같이 알려진 적분형으로 나타낼 수 있다.

$$\Psi(r, z, z_s; \omega) = 2 \int_0^{\infty} G(z, z_s, \xi; \omega) J_0(\xi r) \xi d\xi \quad (3.2)$$

여기서, J_0 는 0차의 Bessel 함수이고, Green 함수 $G(z, z_s, \xi; \omega)$ 는 다음과 같은 심도방향의 파동방정식

$$\frac{d^2G}{dz^2} + [k^2(z) - \xi^2] G = -\delta(z-z_s) \quad (3.3)$$

및 경계조건을 만족한다. z_s 는 음원의 심도이고, ξ 는 음파의 수평방향 파수를 나타낸다.

여기서 (3.2)식을 다중경로로 전개하는 것을 생각한다. 음원으로부터 방사된 음파는 굴절이나 해면·해저에서의 반사를 되풀이하면서 여러 경로를 거쳐 퍼져간다. 수파점 (r, z) 에 있어서 음장은 이러한 여러 경로를 거친 음파의 중첩으로서 나타낼 수 있다. (3.2)식을 변형하면, 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\Psi_n^{(v)}(r, z, z_s; \omega) = 2 \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{n=1}^4 \Psi_n^{(v)}(r, z, z_s; \omega) \quad (3.4)$$

$$\Psi_n^{(v)}(r, z, z_s; \omega) = \int_0^{\infty} \left[\frac{j\omega\lambda}{2\pi r} \right]^{1/2} A_n^{(v)}(z, z_s, \lambda) \exp[j\omega\lambda r + j\omega Q_n^{(v)}(z, z_s, \lambda)] d\lambda \quad (3.5)$$

여기서 주파수에 의존하지 않는 음선의 개념을 도입하기 위하여 다음 식으로 정의되는 정수 λ 를 도입하였다.

$$\xi = \omega \lambda \quad (3.6)$$

λ 는 음파 위상속도 C_m 의 역수를 나타낸다. 또 $Q_n(v)$ 는

$$Q_n(v)(z, z_s, \lambda) = \int_{\Gamma_{n,v}(\lambda)} \left[\frac{1}{C^2(z)} - \lambda^2 \right]^{1/2} dz \quad (3.7)$$

로 정의된다. $\omega Q_n(v)$ 가 위상변화의 z 성분을 나타낸다. 적분로 $\Gamma_{n,v}(\lambda)$ 는 음선경로에 따라 취해진다.

(3.4), (3.5)식 중의 v 는 음파가 최하점 (해저 또는 (3.3)식의 하측 전향점)을 경과하는 회수를 나타낸다. 또 n 은 음파의 Type를 나타내어 음원으로부터 윗쪽과 아래쪽의 어느쪽으로 방사된 음파인가 그리고 수파점에 윗쪽과 아래쪽의 어느쪽으로부터 도래하는 음파인가에 따라 분류된다 (예를 들면, $n=1$ 은 음원에서 아래쪽으로 방사되어 수파점에 아래쪽으로부터 도래하는 음선, $n=2$ 는 아래쪽으로 방사되어 윗쪽으로부터 오는 음선, $n=3$ 은 윗쪽으로 방사되어 아래쪽으로부터 도래하는 음선, $n=4$ 는 윗쪽으로 방사되어 윗쪽으로부터 오는 음선임). (3.5)식 피적분항 중의 $A_n(v)(z, z_s, \lambda; \omega)$ 는 Normal Mode파의 복소 진폭항으로 해표면, 해저에 의한 다중반사의 영향을 포함하고 있다. 또 다음 식의 위상항은 전파경로에 따른 위상변화를 나타낸다.

$$\phi_n(v)(r, z, z_s, \lambda; \omega) = \omega \lambda r + \omega Q_n(v)(z, z_s, \lambda) \quad (3.8)$$

가. 정류위상 (Stationary Phase) 근사

(3.5)식에서 피적분항의 λ 에 따른 진폭의 변화는 보통 비교적 완만하지만, 위상은 심하게 변화한다. 그러나 위상변화는 단조가 아니고 λ 에 대한 변화율이 0이 되는 점, 즉

$$\frac{\partial \phi_n^{(\nu)}(r, z, z_s, \lambda; \omega)}{\partial \lambda} = \omega \left[r + \frac{\partial Q_n^{(\nu)}(z, z_s, \lambda)}{\partial \lambda} \right] = 0 \quad (3.9)$$

이 되는 점 (정류위상점이라 부른다)이 존재한다. (3.9)식을 만족하는 점을 역으로 λ 를 고정하고 z 와 r 을 변화시키면서 더듬어가면 음선을 그릴 수 있다. (3.5)식에서 피적분항의 적분에 대한 기여는 정류위상점 주위에서 크고 다른 부분은 거의 무시할 수 있다고 생각된다. 따라서 정류위상점 ($\lambda=\lambda'$ 로 놓음) 부근에서의 피적분항 진폭을 $\lambda=\lambda'$ 에 있어서의 값으로 대표시켜 위상변화를 $\lambda=\lambda'$ 의 주위에서 Taylor 급수전개로 나타내면 (정류위상 근사), 닫힌 형의 해가 얻어진다. ϕ_n 을 급수전개의 2차항까지로 근사하면 다음과 같은 고전 음선해가 얻어진다.

$$\Psi_n^{(\nu)}(r, z, z_s; \omega) \approx \left[\frac{j\lambda'}{r} \right]^{1/2} A_n^{(\nu)}(z, z_s, \lambda'; \omega) \left| \frac{\partial^2 Q_n^{(\nu)}(z, z_s, \lambda)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda=\lambda'}^{-1/2} \exp\left[j\omega\lambda' r + j\omega Q_n^{(\nu)}(z, z_s, \lambda') \pm \frac{j\pi}{4} \right] \quad (3.10)$$

(3.10)식은 음파의 세기가 음선의 퍼짐에 반비례하는 것을 나타내고 있다. 이것은 음파에너지가 음선에 따라 전파하고 음선을 횡단하는 것과 같은 흐름이 생기지 않는 것을 의미하며 고전음선에서는 회절효과가 생략되는 것을 나타내고 있다.

나. 음선모델의 고정도화

(3.10)식은 $\partial^2 Q_n^{(\nu)}/\partial \lambda^2=0$ 이 되는 초선(Caustics)의 근방에서는 성립하지 않는다. 이 경우 $\phi_n^{(\nu)}$ 를 Taylor 급수전개의 3차항까지로 나타내면, 다음의 해가 얻어진다.

$$\Psi_n^{(\nu)}(r, z, z_s; \omega) \approx \left[\frac{j2\pi\lambda_c}{r} \right]^{1/2} \omega^{1/6} A_n^{(\nu)}(z, z_s, \lambda'; \omega) \frac{1}{2} \left| \frac{\partial^3 Q_n^{(\nu)}(z, z_s, \lambda)}{\partial \lambda^3} \right|_{\lambda=\lambda_c}^{-1/3} A_i(\rho) \exp[j\omega\lambda_c r + j\omega Q_n^{(\nu)}(z, z_s, \lambda_c)] \quad (3.11)$$

여기서 λ_c 는 초선에 있어서 λ 의 값, A_i 는 Airy 함수를 나타낸다. 또 ρ 는

$$\rho = (r - r_c) \omega^{2/3} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^3 Q_n(v)(z, z_s, \lambda)}{\partial \lambda^3} \Big|_{\lambda=\lambda_c} \right]^{-1/3} \quad (3.12)$$

로 정의된다. 여기서 r_c 는 초선의 거리이다.

다. Fresnel 적분

(3.5)식의 적분은 유효한 범위를 한정하여 수치적으로 행할 수도 있다. 적분 범위를 몇 개로 분할하고 각 분할구간내에서 피적분항의 진폭이 일정하다고 간주하여 위상을 Taylor 급수전개의 2차항까지로 근사할 수 있다고 가정하면, 각 구간내의 적분은 Fresnel 적분의 형태로 간략화할 수 있다. 적분에 대한 기여가 정류위상점 근방만에서 생기는 것이라고 가정하고 적분범위를

$$\lambda_0 = \lambda' - \Delta\lambda, \quad \lambda_m = \lambda' + \Delta\lambda \quad (3.13)$$

에 한정한다. 더우기

$$\lambda_0 \langle \lambda_1 \langle \dots \langle \lambda_{M-1} \langle \lambda_m \quad (3.14)$$

라고 놓고 적분범위를 M 개의 소구간으로 분할한다. 각 소구간내에서 진폭이 거의 일정하다고 가정하면, (3.5)식은 다음과 같이 Fresnel 적분을 이용한 형태로 고쳐쓸 수 있다.

$$\Psi_n^{(v)}(r, z, z_s; \omega) \approx \sum_{m=0}^{M-1} \Psi_{nm}^{(v)}(r, z, z_s; \omega) \quad (3.15)$$

$$\Psi_{nm}(\nu)(r, z, z_s; \omega) = \left[\frac{j\lambda_m}{r} \right]^{1/2} A_n(\nu)(z, z_s, \lambda_m; \omega) I(\lambda', \lambda_m, \lambda_{m+1}; \omega) \exp \left[j\omega\lambda_m r + j\omega Q_n(\nu)(z, z_s, \lambda_m; \omega) + \frac{j\omega}{2} (r-r_m)^2 \frac{\lambda_{m+1} - \lambda_m}{r_{m+1} - r_m} \right] \quad (3.16)$$

여기서,

$$I(\lambda', \lambda_m, \lambda_{m+1}; \omega) \approx j \left[\frac{\omega}{2\pi} \right] \int_{\lambda_m}^{\lambda_{m+1}} \exp \left[\frac{j\omega}{2} (\lambda - \lambda')^2 \frac{r_{m+1} - r_m}{\lambda_{m+1} - \lambda_m} \right] d\lambda \quad (3.17)$$

(3.17)식의 Fresnel 적분은 간단한 근사식에 의하여 정도가 높은 계산이 가능하다.

3.1.2 Normal Mode Model

음선모델과 함께 파동방정식의 해를 얻는 대표적인 모델로서 잘 알려져 있는 것이 Normal Mode Model이다. 이 모델에서는 음장을 연직방향으로 정상파 (Standing Wave)를 형성하는 원통진행파 (이것을 Normal Mode파라고 부름)의 중첩으로서 나타낸다. 회절현상도 정확히 표현할 수 있고 성층매질에 있어서는 이론상 엄밀한 해를 얻을 수가 있다. (3.2)식의 Bessel 함수를 Hankel 함수로 바꾸면,

$$\Psi_n(r, z, z_s; \omega) = \int_0^{\infty} G(z, z_s, \xi; \omega) [H_0^{(1)}(\xi r) + H_0^{(2)}(\xi r)] \xi d\xi \quad (3.18)$$

를 얻는다. 이 적분을 주변적분을 이용하여 나타내고 유수정리를 적용하면, Normal Mode해를 얻을 수 있다. 결과는 다음과 같다.

$$\Psi_n(r, z, z_s; \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(z; \omega) U_n(z_s; \omega) H_0^{(1)}(\xi_n r) + \int_{BL} G(z, z_s, \xi; \omega) H_0^{(1)}(\xi r) \xi d\xi \quad (3.19)$$

여기서, n 은 Mode 번호, ξ 는 Mode n 의 고유치 (Normal Mode 파의 파수 수평성분), $U_n(z; \omega)$ 는 정규화된 고유함수 (Normal Mode 파의 심도함수)이다. $\int_{BL} (\cdot) d\xi$ 는 분기선 주위의 적분을 나타낸다. 고유치 ξ_n 및 고유함수 $U_n(z; \omega)$ 는 (3.3)식의 제차식

$$\frac{d^2 U_n(z; \omega)}{dz^2} + [k^2(z) - \xi_n^2] U_n(z; \omega) = 0 \quad (3.20)$$

을 해표면, 해저에서의 경계조건 그리고 음압, 입자속도의 연속조건을 만족하도록 푸는 것에 의하여 얻어진다. $U_n(z; \omega)$ 는 정규직교계를 구성한다.

가. 분기선 적분

(3.19)식의 우변 제2항의 분기선 적분에 대하여 약간 언급하기로 한다. 이 항은 생략될 수가 많지만, 근거리 음장이 Normal Mode 모델로 다루어지는 기회가 증가하여 새로이 주목받게 되었다. 분기선은 Green 함수 $G(z, z_s, \xi, \omega)$ 가 ξ 에 대하여 다가함수일 때에 생긴다. 예를 들면, 해저질중에 있어서의 음속을 C_b 라고 하자. 그러면, 해저질중에 있어서 제차 심도방정식의 해는

$$\eta(z) = A \exp \left[j \left[\left(\frac{\omega}{C_b} \right)^2 - \xi^2 \right]^{1/2} z \right] + B \exp \left[-j \left[\left(\frac{\omega}{C_b} \right)^2 - \xi^2 \right]^{1/2} z \right] \quad (3.21)$$

라 놓을 수가 있다. (3.21)식 중의 $[(\omega/C_b)^2 - \xi^2]^{1/2}$ 인 항은 한 ξ 의 값에 대하여 두 값을 얻는다. 즉

$$\left(\frac{\omega}{C_b}\right)^2 - \xi^2 = a \exp[j(\beta + 2m\pi)] \quad (3.22)$$

로 나타내면,

$$\left[\left(\frac{\omega}{C_b}\right)^2 - \xi^2 \right]^{1/2} = a^{1/2} \exp\left[j\left(\frac{\beta}{2} + m\pi\right)\right] \quad (3.23)$$

가 되어, m 이 홀수인지 짝수인지에 따라 값이 다르다. 따라서 $\xi^2 = (\omega/C_b)^2$ 인 점으로부터 무한원점까지 분기선을 넣어 2엽의 Riemann면을 생각하지 않으면 안된다. 이 분기선을 취하는 법은 임의이지만, 그 방법에 따라 계산하지 않으면 안 될 고유치가 다르다. 이 분기선은 Green 함수 G 가 ξ 에 관하여 1가인 경우에는 생기지 않는다. 예를 들면, 매질을 층상으로 분할하고 각층내의 음속을

$$C^{-2}(z) = C_i^{-2} \left[1 - \frac{2 \gamma_i (z - z_i)}{C_i} \right], \quad z_i \leq z \leq z_{i+1}, \quad i=1, 2, \dots \quad (3.24)$$

의 형으로 나타내면, Green 함수는 Airy 함수를 이용하여 나타낼 수가 있고, ξ 에 대하여 정칙 1가가 된다. 이 때 음장을 단순히 Normal Mode파의 중첩으로서

$$\Psi(r, z, z_s; \omega) = j\pi \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}(\xi_n r) U_n(z; \omega) U_n(z_s; \omega) \quad (3.25)$$

로 나타낼 수 있다. 분기선 적분은 임계각보다도 큰 Grazing Angle을 갖고 해저와 강한 상호작용을 하는 음파에 의한 음장에 관계한다. (3.24)식의 형으로 음속분포를 나타내면 분기선이 없어지지만, 이 경우 해저매질의 파수부근에 매우 밀하게 고유치가 생기고 이 고유치군에 대응한 Mode파군의 중첩에 의하여 분기선 적분과 같은 음장이 형성된다.

나. Normal Mode파와 음선과의 관계

여기서 Normal Mode파와 다중경로 전개에 있어서 유도된 전파로 (음선)와의 관계에 대하여 언급한다. 양자는 보통 등가음선의 개념을 이용하여 대응시킬 수 있다. 균질한 해양의 경우 Normal Mode파는 비스듬히 상방으로 전파하는 진행파와 비스듬히 하방으로 전파하는 두 진행파 즉 두 음선군으로 나타낼 수 있다. 음속이 심도방향으로 변화하는 일반적인 성층매질에 있어서도 이 관계는 종종 이용되고 Normal Mode파와 동일한 전회점 심도를 가진 음선 (이것을 등가음선이라 부름)군과가 서로 등가인 것으로서 다루어진다. 이 개념은 해면이나 해저의 Normal Mode파로의 영향 등을 이해하는 데에는 대단히 유용하지만, 점음원에 의한 음장형성에 음선이나 Normal Mode파가 어떻게 관여하고 있는가를 생각하는 경우에는 양자의 일대일 대응은 성립하지 않는다. Tindle과 Guthrie (1974)는 음선에 따른 에너지의 흐름이 Normal Mode 이론에서는 인접한 Normal Mode파 사이의 상호간섭에 의하여 생기는 것을 WKB 근사에 의하여 유도하고 있다. 즉 인접한 Mode가 동위상으로 강하게 작용하는 점의 궤적이 음선에 대응한다. Mode와 음선의 대응관계는 Normal Mode 고유치의 결정 등에 이용되고 있다.

3.1.3 FFP (Fast Field Program)

FFP는 (3.2)식의 적분을 고속 Fourier 변환 (FFT)을 이용하여 행하는 것이다. FFT 자체는 대단히 고속처리가 가능하므로, 그 입력이 되는 Green 함수를 얼마나 효율 좋게 구할 수 있는가가 이 방법의 결정적인 수단이 된다. FFP에서는 Green 함수 G를 원통함수의 곱을 이용하여 나타내고 원통함수의 곱에 관한 점화관계를 이용하고 있다.

가. 적분의 FFT에 의한 표현

(3.2)식을 Hankel 함수를 이용하여 나타내고, 점화근사

$$H_0^{(1)}(\xi r) = \left[\frac{2}{j\pi\xi r} \right]^{1/2} \exp(j\xi r) \quad (3.26)$$

을 이행하면 다음 식이 얻어진다.

$$\Psi_n(r, z, z_s; \omega) = \left[\frac{2}{j\pi r} \right]^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} G(r, z, \xi; \omega) \xi^{1/2} \exp(j\xi r) d\xi \quad (3.27)$$

(3.27)식은 Fourier 변환의 식이다. 이것을 FFT로 실현하는 것을 생각한다. ξ, r 을 이산치

$$\begin{aligned} \xi_m &= \xi_0 + m \Delta\xi, & m &= 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ r_n &= r_0 + n \Delta r, & n &= 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ \Delta r \Delta\xi &= 2\pi/N \end{aligned} \quad (3.28)$$

로 바꾸어 적분을 Σ 으로 근사하면, (3.27)식은 다음과 같이 이산적 Fourier 변환 (DFT)의 형으로 고쳐 쓰여진다.

$$\Psi(r_n, z, z_s; \omega) = \Delta\xi \left[\frac{2}{j\pi r_n} \right]^{1/2} \exp(j\xi_0 r_n) \sum_{m=0}^{N-1} E_m \exp\left[\frac{j2\pi mn}{N} \right] \quad (3.29)$$

여기서, DFT의 입력 E는 다음 식으로 주어진다.

$$E_m = G(z, z_s, \xi_m; \omega) \xi_m^{1/2} \exp(jm r_0 \Delta\xi) \quad (3.30)$$

(3.29)식의 음장은 FFT를 이용하여 고속으로 구할 수가 있다.

나. Green 함수의 고속연산

다음에 (3.30)식 중의 Green 함수의 샘플값을 효율적으로 구하는 방법에 대하여 기술한다. 해양을 층분할하고 각층내에서의 음속을 다음 식으로 정의한다.

$$C(z) = C_1 \exp\left[\frac{z - z_1}{H_1}\right], \quad z_1 \leq z \leq z_{1+1}, \quad 1 = 1, 2, \dots, L \quad (3.31)$$

다음의 변수변환

$$\gamma(z) = \frac{\omega H_1}{C(z)}, \quad v_1 = \xi H_1 \quad (3.32)$$

을 행하면, 심도방정식의 제차식은 다음의 Bessel 방정식으로 변환된다.

$$\frac{d^2\beta}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{d\beta}{d\gamma} + \left(1 - \frac{v_1^2}{\gamma^2}\right) \beta = 0 \quad (3.33)$$

따라서 (3.33)식의 해는 v_1 차의 원통함수 $z_\nu [\gamma(z)]$ 의 선형결합으로 주어진다. FFP에서는 Green 함수 G 를 원통함수의 곱을 이용하여 나타내고 원통함수에 관한 곱의 점화근사식을 이용할 수 있도록 음속 Profile의 함수근사를 행함으로써 고속연산을 실현하고 있다 (Dinapoli and Deavenport, 1980).

3.2 비성층모델

전항에서는 매질특성이 연직방향으로만 변화하는 성층모델을 다루었지만, 이항에서는 매질특성이 수평방향으로도 서서히 변화하는 조건하에서의 음파전파 문제를 다룬다. 수평방향으로도 매질이 변화하는 경우에 관한 모델의 확장연구는 20여년 전부터 행해지고 있으며 이론으로서는 꽤 오래 되었으나, 실용적인 레벨에서 보급하여 온 것은 최근 10여년 전부터이다. 대표적인 것으로서 음선모델을 확장한 음선불변량

에 기초한 방법, Normal Mode법을 확장한 단열근사법이나 결합 모우드법, 여기에 타원형의 파동방정식을 포물형 방정식으로 근사한 포물형 방정식법 등이 있다.

3.2.1 음선모델

음선이론의 2차원화, 3차원화에 관한 시도는 1960년대 후반에 왕성하게 이루어졌다. 해저의 경사, 곡률에 의한 반사음선의 각도, 음파확산의 변화 등에 관한 이론적인 모델은 일찌기 구축되었지만 (Seifer and Jacobson, 1968), 처리의 번잡함과 이미 기술한 고전음선의 문제점 등으로부터 보급되지 않은 채 오늘에 이르고 있다. 음속 Profile의 수평방향 변화를 다룬 것도 있지만, 대부분은 Eikonal 방정식과 수송 방정식과를 직접 수치적분하는 수법에 관한 것으로 (Ugincius, 1970), 고차의 미분방정식을 푸는 문제에 귀착하여 해저상태의 변화와 같이 처리량과 고전음선의 한계라고 하는 문제가 수반된다. White (1978)는 복소함수의 수법을 이용한 흥미있는 방법을 제안하고 있다. 기본적인 방법은 연직면의 좌표계 (z, r) 을 좌표변환하여 새로운 좌표계 (X, Y) 를 도입함으로써 Eikonal 방정식이 그 좌표계에서 변수분리되도록 음속 Profile을 설정하려고 하는 것이다. 이 방법은 대단히 독창적이지만, 실제의 음속분포가 어디까지 표현될 수 있는가 등 실용화에는 더욱 신중한 검토가 필요할 것이다.

3.2.2 Normal Mode Model

매질특성이 수평방향으로 변화하는 경우 Normal Mode파라고 하는 개념이 깨어지고 만다. 그러나 변화가 완만한 경우에는 매질이 국지적으로 성층화되어 있다고 하여 수평면상의 점 (x, y) 에 있어서 음장의 연직분포를 국지적인 Normal Mode파 중첩의 형으로 나타낼 수가 있다.

가. 단열 모우드 모델 (Adiabatic Mode Model)

Pierce (1965)가 처음으로 수중음향에 적용하고 그 후 많은 연구자에 의하여 발전하여 온 방법이다. 단열이란 음파전파의 과정에서 서로 다른 모우드파 사이에는 상호간섭이 생기지 않는다고 가정하는 것을 의미한다. 매질의 수평방향 변화가 완만하고 파동방정식을 국소적으로 변수분리할 수 있다고 생각하여 음장을 그 점에 있어서 Normal Mode파의 중첩으로서 나타낸다.

$$\Psi(\rho, z, z_s; \omega) = \sum_n \phi_n(\rho; \omega) U_n(z; \rho, \omega) \quad (3.34)$$

여기서 $U_n(z; \rho, \omega)$ 는 국소적인 고유함수이고, ϕ_n 는 국소적인 계수를 나타낸다. U_n 은 국소적인 심도방정식

$$\frac{d^2 U_n}{dz^2} + \left[k^2(z, \rho) - \xi_n^2(\rho) \right] U_n = 0 \quad (3.35)$$

을 만족한다. $\xi_n(\rho)$ 는 국소적인 고유치이다. (3.34)식을 (3.2)식에 대입하면, 다음과 같은 모우드 결합이 있는 거리방정식이 얻어진다 ($\nabla_\rho \nabla_{\rho^2}$ 은 수평면내의 미분을 나타낸다).

$$\begin{aligned} [\nabla_{\rho^2} + \xi_n^2(\rho)] \phi_n(\rho) &= -4\pi\delta(\rho) U_n(z_s; 0, \omega) \\ &\quad - 2 \sum_m \nabla_\rho \phi_m(\rho) \int_0^\infty U_n(z; \rho, \omega) \nabla_\rho U_m(z; \rho, \omega) dz \\ &\quad - \sum_m \phi_m(\rho) \int_0^\infty U_n(z; \rho, \omega) \nabla_{\rho^2} U_m(z; \rho, \omega) dz \end{aligned} \quad (3.36)$$

(3.36)식은 근사가 없는 엄밀한 형이다. 단, 밀도는 일정하다고 하였다. 완전한 변수분리를 할 수 없으므로 모우드 결합의 항이 생기고 있다. 단열근사에서는 이 모우드 결합의 항을 무시할 수 있다고 하여 생각한다. 그렇게 하면, (3.36)식은 다음과 같이 간단히 된다.

$$[\nabla_{\rho^2} + \kappa_n^2(\rho)] \phi_n(\rho) = -4\pi\delta(\rho) U_n(z_s; 0, \omega) \quad (3.37)$$

여기서 $\kappa_n^2(\rho)$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$\kappa_n^2(\rho) = \xi_n^2(\rho) + \int_0^\infty U_n(z; \rho, \omega) \nabla_{\rho^2} U_n(z; \rho, \omega) dz \quad (3.38)$$

단, (3.38)식의 우변 제2항은 생략되는 일이 많다. 거리방정식 (3.37)식은 $\kappa_n(\rho)$ 를 굴절을 분포로 한 2차원의 파동방정식의 형을 하고 있다. Pierce (1965), Weinberg and Burridge (1974)는 $\kappa_n(\rho)$ 의 공간적 변화가 대단히 완만한 것에 착목하고 WKB근사 (Wentzel-Kramers-Brillouin Approximation)를 적용하여 음선이론으로 거리방정식을 푸는 것을 제안하고 있다. $\phi_n(\rho)$ 를

$$\phi_n(\rho) = A_n(\rho) \exp[jW_n(\rho)] \quad (3.39)$$

라 놓고, (3.37)식의 제차식에 대입하여 WKB근사를 행하면

$$|\nabla_{\rho} W_n|^2 = \kappa_n^2(\rho) \quad (3.40)$$

$$2\nabla_{\rho} A_n \nabla_{\rho} W_n + A_n \nabla_{\rho^2} W_n = 0 \quad (3.41)$$

이 얻어진다. (3.40), (3.41)식은 각각 Eikonal 방정식 및 수송 방정식이다. $\kappa_n(\rho)$ 는 복소수가 되므로 복소 음선의 개념이 필요하다. Nagl 등 (1978)은 매질특성의 변화가 r 에만 의존하는 경우와 x 에만 의존하는 경우에 한정함으로써 각각에 대하여

$$r \text{ 의존의 경우 : } \phi_n(\rho) = r^{-1/2} f_n(r) \quad (3.42)$$

$$z \text{ 의존의 경우 : } \phi_n(\rho) = \int g_n(x, k_y) \exp(jk_x y) dk_y \quad (3.43)$$

로 정의되는 함수 $f_n(r)$, $g_n(x, k_y)$ 를 도입하여 파동이론에 의하여 거리방정식을 풀고 있다. (3.43)식에 정류위상근사를 행하면, (3.40), (3.41)식의 수평음선 모델에 귀착한다.

나. 결합 모우드 모델

모우드 결합을 고려한 모델에서 가장 널리 쓰이고 있는 것은 Kanabis (1975)가 수중음향의 분야에 처음으로 응용한 평판법 (Slab Method)이라 불리는 방법이다. 매질특성은 z축에 관하여 대칭이라 가정한다. 수평방향을 적당한 구간으로 분할하고 각 구간내에서 매질의 수평방향 변화는 무시할 수 있는 것이라고 하면, 하나의 구간내에서의 음장은 그 구간내에 있어서 Normal Mode파의 중첩으로 나타낼 수가 있다.

$$\Psi_1(r, z; \omega) = \sum_n a_{n1} U_{n1}(z) H_0^{(1)}(\xi_{n1}r), \quad r_1 \leq r \leq r_{1+1} \quad (3.44)$$

계수 a_{n1} 은 $r=r_1$ 에 있어서 음압 연속의 조건으로부터 그리고 $r=r_1$ 에 있어서 음장 $\Psi_1(r_1, z; \omega)$ 의 $U_{n1}(z)$ 에 의한 급수전개로서 구할 수가 있다. 구간경계에 있어서 되돌아오는 산란의 영향을 무시할 수 없는 경우에는, 음장을 전진파와 후진파의 중첩으로서

$$\Psi_1(r, z; \omega) = \sum_n U_{n1}(z) [a_{n1} H_0^{(1)}(\xi_{n1}r) + b_{n1} H_0^{(2)}(\xi_{n1}r)] \quad (3.45)$$

로 나타내고 음압과 입자속도에 관한 연속의 조건을 만족하도록 계수 a_{n1} 및 b_{n1} 을 정하지 않으면 안된다 (Gilbert et al., 1983). 음압만에 관한 연속조건의 경우에는 최초의 구간으로부터 순차로 원거리 쪽으로 해를 구해가는 것이 가능하지만, 입자속도를 포함한 연속조건을 푸는 데에는 모든 구간경계에 있어서 연속조건을 연립시키지 않으면 안된다.

3.2.3 포물형 방정식 모델 (Parabolic Equation Model)

PEM은 수평방향에 대하여 커다란 각도를 가진 음파는 해면, 해저에서의 다중 반사에 의한 손실 때문에 원거리까지 전파하지 못하고 따라서 원거리 음장에 기여하는 것은 수평을 중심으로 한 좁은 각도 범위의 음파이다라는 생각에 기초하고 있다. z축에 관하여 대칭인 매질을 고려하고 파동방정식의 해 $\Psi(r, z; \omega)$ 로부터 원통확산의 효과 및 평균적인 위상변화의 성분을 제외한 양 $u(r, z; \omega)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Psi(r, z; \omega) = u(r, z; \omega) H_0^{(1)}(\xi_0 r) \quad (3.46)$$

여기서, ξ_0 는 임의의 수평성분 파수이다. (3.46)식을 파동방정식 (3.1)식의 제차식에 대입하면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + 2j\xi_0 \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + [k^2(r, z) - \xi_0^2] u = 0 \quad (3.47)$$

수평방향에 대한 음파의 전파각도가 작고 되돌아오는 산란을 무시할 수 있으며 ξ_0 가 적절히 택해져 있다고 하면, Ψ 의 거리 의존성의 대부분은 $H_0^{(1)}(\xi_0 r)$ 에 포함되어 u 의 수평방향 변화는 완만한 것이 되리라고 생각된다. 그래서 타원 방정식 (3.47)식의 제1항을 생략하면 다음의 포물형 방정식이 얻어진다.

$$2j\xi_0 \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + [k^2(r, z) - \xi_0^2] u = 0 \quad (3.48)$$

(3.48)식은 임의의 거리에 있어서 음장의 연직분포를 초기조건으로서 주면, 초기치 문제로서 풀 수가 있다. (3.48)식의 포물근사는 ξ_0 로부터 떨어진 고유치 ξ_n 을 가진 Normal Mode파에 위상오차가 생기게 한다. 성층매질에 있어서 (3.48)식으로부터 구해진 고유치를 ξ_{np} (이것을 Parabolic Mode 고유치라고 부름)라 놓으면, ξ_{np} 와의 차는

$$\Delta\xi_n = \xi_{np} - \xi_n = \xi_0 \frac{(1 - a)^2}{2}, \quad a = \frac{\xi_n}{\xi_0} \quad (3.49)$$

로 주어진다. (3.48)식으로부터 ξ_n 가 ξ_0 로부터 멀어짐에 따라 ξ_{np} 와 ξ_n 와의 차가 커지게 되고 Normal Mode파의 위상오차가 증가함을 알 수 있다. Parabolic Mode파의 위상오차는 서로 다른 Mode파 사이의 간섭주기에 차이를 생기게 하므로 전파손실에 거리오차가 발생하게 된다.

이미 기술한 것과 같이 PEM에 의한 계산에서는 ξ_0 와 서로 다른 파수의 음파에 위상오차를 생기게 하므로 음파의 전파방향이 연직면내에서 넓게 퍼지는 경우에는 적용할 수 없다. 이 문제를 해결하는 음파 비임을 넓게 하는 방법으로서

- 음장을 형성하는 음파의 파수범위를 분할한다 (Fitzgerald, 1975).
- 음속 Profile을 변형함으로써 위상오차를 발생하게 하여 PE에 의한 오차와 상쇄하게 한다 (Brock et al., 1977).
- 타원형 방정식과 포물형 방정식 해의 엄밀한 관계로부터 구해진 보정항에 의하여 보정계산을 행한다 (DeSanto et al., 1978).
- PE 자체를 넓은 비임화한다 (Gilbert et al., 1983).

라고 하는 방법 등이 제안되어 있다.

제 4 장 역방법 이론

해양음향 토모그래피 실제의 해석에는 선형 역방법이 가장 많이 쓰이고 있다. 이론적으로는 Munk and Wunsch (1983)가 검토한 것과 같이 Abel Inversion과 Perturbation Inversion이 있다. Abel Inversion은 적분방정식을 풀어서 음속분포를 구하는 해석적인 수법으로 지진학의 분야에서 많이 쓰이고 있다. 음속분포 그 자체를 정하므로 평균적인 음속분포를 알고 있을 필요는 없다. 한편 Perturbation Inversion은 평균적인 음속분포로부터의 차를 구하는 수법으로 선형·비선형 역방법이 있다. 분해능이나 추정오차 등을 계산하는 데 편리하다.

4.1 선형 역방법

여기에서는 선형 역방법에 대하여 논의한다. 음파 전파시간 변동벡터 δT 를 이용하여 음속변동 벡터 δC 의 추정치 $\hat{\delta C}$ 를 계산하는 선형연산자 (여기에서는 토모그래피 역행렬이라 부름)를 L 로 나타내면, $\hat{\delta C}$ 는

$$\hat{\delta C} = L \delta T \quad (4.1)$$

로 나타낼 수 있다. 이 (4.1)식에 (2.15)식을 대입하면,

$$\begin{aligned} \hat{\delta C} &= L G \delta C + L \delta T_N \\ &= R \delta C + L \delta T_N \end{aligned} \quad (4.2)$$

이 된다. 단, R 은 분해능 행렬을 나타내며, 다음과 같이 정의된다.

$$R = L G \quad (4.3)$$

한편, 형식적으로 (2.15)식의 추정치를 취하면,

$$\hat{\delta T} = G \hat{\delta C} + \hat{\delta T}_N$$

가 되지만, $\hat{\delta T}_N=0$ 으로 놓을 수 있으므로, $\hat{\delta T}$ 는 다음과 같이

$$\hat{\delta T} = G \hat{\delta C} \quad (4.4)$$

가 된다. (4.4)식에 (4.1)식을 대입하면,

$$\hat{\delta T} = G L \delta T = H \delta T \quad (4.5)$$

가 된다. 단, H는 정보 분포행렬로

$$H = G L \quad (4.6)$$

로 정의된다. 이와 같이 δC 와 $\hat{\delta C}$ 그리고 δT 와 $\hat{\delta T}$ 와의 관계식이 얻어지므로 음파전파 시간변동 벡터의 추정오차 E_C 와 음속변동 벡터의 추정오차 E_T 는 다음과 같이 된다.

$$E_C = \hat{\delta C} - \delta C = (R - I) \delta C + L \delta T_N \quad (4.7)$$

$$E_T = \delta T - \hat{\delta T} = (I - H) \delta T \quad (4.8)$$

여기서, I는 단위행렬이다. (4.8)식의 E_T 는 δT 가 실측치이므로 E_T 의 대소를 평가하는 것에 의하여 G를 구성하는 모델의 적부판정에 이용될 수 있다.

4.1.1 토모그래피 역행렬

L을 구하는 방법으로서 최적 추정이론이나 최소자승법 등이 있지만, 기본은 추정오차 E_C 의 분산을 최소화 하는 L을 구하는 것이다. 여기에서는 최적 추정이론을 적용한다. δT 와 δC 는 불규칙한 변수라 생각할 수 있으므로 δT , δC 의 분산·공분산행렬이 존재하고 또 정칙이라고 하면, Gauss-Markov의 정리에 의하여 토모그래피 역행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$L = C_{\delta C} \delta T C_{\delta T}^{-1} \quad (4.9)$$

여기서, 오른쪽위의 첨자 -1은 역행렬을 나타낸다. 그리고 추정치 $\hat{\delta C}$ 의 추정 오차행렬 C_{E_C} 는

$$C_{E_C} = C_{\delta C} - C_{\delta C} \delta T C_{\delta T}^{-1} C_{\delta C} \delta T^T = C_{\delta C} - L C_{\delta C} \delta T^T \quad (4.10)$$

로 주어진다. 단, 오른쪽위의 첨자 T는 전치행렬을 나타내며,

$$C_{\delta T} = W(\delta T \delta T^T)$$

$$C_{\delta C} = W(\delta C \delta C^T) \quad (4.11)$$

$$C_{\delta C} \delta T = W(\delta C \delta T^T)$$

이고, 여기서 $W(\cdot)$ 는 변수의 기대치를 나타낸다. 이들의 관계는 일반적으로 성립하고 선형이거나 비선형이거나 간에 $C_{\delta T}$, $C_{\delta C}$, $C_{\delta C} \delta T$ 가 존재하며, $C_{\delta T}$ 가 정칙이기만 하면 성립한다. 여기에서는 (2.15)식에 한정하기로 한다. (2.15)식을 (4.11)식에 대입하면,

$$\begin{aligned}
C_{\delta T} &= W[(G \delta C + \delta T_N) (G \delta C + \delta T_N)^T] \\
&= G C_{\delta C} G^T + G C_{\delta C} \delta T_N + C_{\delta T_N} \delta C G^T + C_{\delta T_N}
\end{aligned}
\tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}
C_{\delta C \delta T} &= W[\delta C (G \delta C + \delta T_N)^T] \\
&= C_{\delta C} G^T + C_{\delta C} \delta T_N
\end{aligned}$$

가 된다. 단,

$$C_{\delta T_N} = W(\delta T_N \delta T_N^T)$$

$$C_{\delta C \delta T_N} = W(\delta C \delta T_N^T)$$

$$C_{\delta T_N \delta C} = W(\delta T_N \delta C^T)$$

이다. 다음에 (4.12)식을 (4.9)식 및 (4.10)식에 대입하면,

$$\begin{aligned}
L &= (C_{\delta C} G^T + C_{\delta C} \delta T_N) \\
&\quad (G C_{\delta C} G^T + G C_{\delta C} \delta T_N + C_{\delta T_N} \delta C G^T + C_{\delta T_N})^{-1}
\end{aligned}
\tag{4.13}$$

$$C_{E_C} = C_{\delta C} - L(C_{\delta C} G^T + C_{\delta C} \delta T_N)^T \tag{4.14}$$

로 나타낼 수 있다. 일반적으로 δT_N 과 δC 와는 상관이 없으므로

$$C_{\delta C \delta T_N} = 0 \tag{4.15}$$

$$C_{\delta T_N \delta C} = 0$$

이라 가정할 수 있다. (4.15)식을 (4.13)식 및 (4.14)식에 대입하면,

$$L = C_{\delta C} \theta^T (\theta C_{\delta C} \theta^T + C_{\delta T_N})^{-1} \quad (4.16)$$

$$C_{E_C} = C_{\delta C} - L \theta C_{\delta C} = (I - R) C_{\delta C} \quad (4.17)$$

로 간략화할 수 있다. 또 (4.16)식 및 (4.17)식은 다음과 같이도 나타낼 수 있다.

$$L = C_{E_C} \theta^T C_{\delta T_N}^{-1} \quad (4.18)$$

$$C_{E_C} = (C_{\delta C}^{-1} + \theta^T C_{\delta T_N}^{-1} \theta)^{-1} \quad (4.19)$$

(4.19)식은 일반적으로 오차의 전파법칙이라 불리고 있다. 게다가 C_{E_C} 는 다음과 같이 분해된다. 먼저, (4.7)식으로부터 E_C 는 순수한 변동량 δE_C 와 바이어스의 항 B 의 합으로서

$$E_C = \hat{\delta C} - \langle \hat{\delta C} \rangle + \langle \hat{\delta C} \rangle - \delta C = \delta E_C + B \quad (4.20)$$

로 나타낼 수 있다. 따라서

$$W(E_C E_C^T) = W(\delta E_C \delta E_C^T) + B B^T \quad (4.21)$$

이다. 그런데 (4.2)식으로부터

$$\langle \hat{\delta C} \rangle = R \delta C$$

가 되므로

$$\delta E_C = \delta \hat{C} - \langle \delta \hat{C} \rangle = L \delta T_N \quad (4.22)$$

으로부터

$$C_{\delta E_C} = L C_{\delta T_N} L^T = R C_{E_C} \quad (4.23)$$

또

$$M = W(B B^T) = (R - I) C_{\delta C} (R - I)^T = (I - R) C_{E_C} \quad (4.24)$$

가 된다. 여기서 다시 바이어스 B를 분해하면

$$B = B_1 + B_0 = \langle \delta \hat{C} \rangle - \langle \delta \hat{C}_0 \rangle + \langle \delta \hat{C}_0 \rangle - \langle \delta C \rangle \quad (4.25)$$

가 되고, 또한 M도

$$M = M_0 + M_1$$

로부터

$$M_0 = (I - R_0) C_{E_{C_0}} \quad (4.26)$$

$$M_1 = (R - R_0) C_{\delta C} (R - R_0)^T - C_{E_{C_0}} (R - R_0)^T - (R - R_0) C_{E_{C_0}} \quad (4.27)$$

와 같이 쓸 수 있다. 단, R_0 는 $\delta T_N=0$ 일 때의 분해능 행렬이고, $C_{E_{C_0}}=(I-R) C_{\delta C}$ 는 그 때의 추정오차 행렬이다.

4.1.2 $C_{\delta C}$ 의 구축

가. $C_{\delta C} \Rightarrow \infty$

δC 에 대하여 아무런 정보도 갖고 있지 않을 때에는 먼저 $C_{\delta C} \Rightarrow \infty$ 로서 Inversion을 행하는 것이 허락된다 (Munk and Wunsch, 1979). 이 때에는 (4.19)식의 $C_{\delta C}^{-1}=0$ 으로 놓을 수가 있고, $(6^T C_{\delta T_N}^{-1} 6)^{-1}$ 이 존재할 필요가 있다. 이 역산은 무작위 Inversion이라 불리며 중요한 Inverse 수법이다.

나. 직교함수

실제로는 δC 는 심도방향의 직교함수군의 합성으로서 나타내는 일이 많다. 직교함수군으로서 해양물리의 분야에서 경험적인 정규 직교함수 (EOF)를 이용하면 δC 및 공분산 함수 $C(z_1, z_2)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta C(z) = \sum_i a_i F_i(z) \tag{4.28}$$

$$C(z_1, z_2) = \sum_i a_i^2 F_i(z_1) F_i(z_2)$$

여기서, F_i 는 i 번째의 EOF이고, a_i 는 그 진폭을 나타낸다. 이 $C(z_1, z_2)$ 를 이용하면, 각 소해역에서 심도방향의 분산을 계산할 수 있으므로 $C_{\delta C}$ 를 얻을 수 있다.

다. Gauss 분포

직교함수군이 알려져 있지 않을 때에는 특히 수평방향에 대하여 상관거리를 도입하여 공분산 함수 $C(r_1, r_2)$ 가 Gauss 분포형을 하고 있다고 가정한다. 이 때 $C(r_1, r_2)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C(r_1, r_2) = \sigma^2 \exp \left[- \frac{1}{2} \frac{|r_1 - r_2|^2}{L_r^2} \right] \tag{4.29}$$

단, L_r 는 수평 상관거리이고 σ^2 은 수평방향 변동에너지를 나타낸다. 수평방향뿐만 아니라 연직방향으로도 Gauss 분포를 가정하여도 좋다 (Chiu et al., 1987). 이 때에는 다음과 같은 형을 취한다.

$$C(\Delta r, \Delta z) = \sigma^2 \exp \left[- \left[\left(\frac{\Delta r}{L_r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{L_z} \right)^2 \right] \right] \quad (4.30)$$

단, L_r 와 L_z 는 각각 수평 및 연직 상관거리를 나타내고, Δr 와 Δz 는 두 점 사이의 수평거리 및 심도차를 나타낸다.

라. 복합형

실제의 경우 연직방향에 대하여 EOF 함수로, 수평방향에 대하여 Gauss 분포로 나타내면, 공분산 함수 $C(R_1, R_2)$ 는 다음과 같이 된다 (Cornuelle et al., 1985).

$$C(R_1, R_2) = \sum_{k=1} F_k(z_1) F_k(z_2) \left[\alpha_k^2 + \beta_k^2 \exp \left[- \frac{1}{2} \frac{|r_2 - r_1|^2}{L_r^2} \right] \right] \quad (4.31)$$

단, $R_1(r_1, z_1)$ 와 $R_2(r_2, z_2)$ 는 위치좌표, $L_r=100$ km, α_k^2 은 k 차 EOF의 공간 평균에너지, β_k^2 은 중규모 변동의 기여분을 나타낸다.

마. Delta 함수 근사

4.1.2 다 항의 Gauss 분포함수를 Delta 함수로 고쳐쓰면,

$$C(r_1, r_2) = \sigma^2 \delta(r_1, r_2) \quad (4.32)$$

가 되고, 이것에 대응하는 $C_{\delta C}$ 는 다음과 같이 된다.

$$C_{\delta C} = \sigma^2 I \quad (4.33)$$

4.1.3 측시오차의 분산행렬 $C_{\delta T_N}$

각 δT_i 에 대한 측시오차 δT_{Ni} 는 각 피크 δT_i 마다 독립하여 서로 상관을 갖고 있지 않다고 생각할 수 있으므로 $C_{\delta T_N}$ 는 다음과 같은 대각행렬이 된다.

$$C_{\delta T_N} = \sigma_N^2 I \quad (4.34)$$

가 된다. 그러나 쌍방향 음파전파의 경우에는 반드시 각 δT_{Ni} 가 독립이라고 말할 수 없고 상관이 인정되는 경우도 있다 (Howe, 1987).

4.1.4 특이치 분해법

$C_{\delta C}$ 와 $C_{\delta T_N}$ 은 일반적으로 정칙 대칭행렬이다. 이러한 정칙 대칭행렬에 대하여는

$$C_{\delta C} = S_{\delta C}^2 \quad (4.35)$$

$$C_{\delta T_N} = S_{\delta T_N}^2$$

이 되는 $S_{\delta C}$ 와 $S_{\delta T_N}$ 이 존재하고 또 그 어느 쪽도 역행렬을 갖는다. 이 사실에 기초하여 파라미터의 변환을 생각한다. 먼저,

$$\begin{aligned} & (G C_{\delta C} G^T + C_{\delta T_N})^{-1} \\ &= [S_{\delta T_N} (S_{\delta T_N}^{-1} G S_{\delta T_N}) (S_{\delta T_N}^{-1} G S_{\delta C})^T S_{\delta T_N} + S_{\delta T_N}^2]^{-1} \\ &= S_{\delta T_N}^{-1} [(S_{\delta T_N}^{-1} G S_{\delta C}) (S_{\delta T_N}^{-1} G C_{\delta C})^T + I]^{-1} S_{\delta T_N}^{-1} \end{aligned} \quad (4.36)$$

으로 분해할 수 있으므로

$$\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{S}_{\delta\mathbf{T}_N}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{S}_{\delta\mathbf{C}}$$

$$\delta\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{S}_{\delta\mathbf{C}}^{-1} \delta\mathbf{C}$$

$$\delta\tilde{\mathbf{T}} = \mathbf{S}_{\delta\mathbf{T}_N}^{-1} \delta\mathbf{T} \quad (4.37)$$

$$\delta\tilde{\mathbf{T}}_N = \mathbf{S}_{\delta\mathbf{T}_N}^{-1} \delta\mathbf{T}_N$$

$$\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{S}_{\delta\mathbf{C}}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{S}_{\delta\mathbf{T}_N}$$

이라 하면, 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$\delta\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{G}} \delta\tilde{\mathbf{C}} + \delta\tilde{\mathbf{T}}_N \quad (4.38)$$

$$\delta\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{G}}^T (\tilde{\mathbf{G}} \tilde{\mathbf{G}}^T + \mathbf{I})^{-1} \delta\tilde{\mathbf{T}} \quad (4.39)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{G}}$ 에 대하여 특이치 분해법을 적용하면,

$$\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^T \quad (4.40)$$

과 같이 분해할 수 있다. 같은 방법으로 $\tilde{\mathbf{G}}$ 의 토모그래피 역행렬은

$$\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{V} \mathbf{A} (\mathbf{A}^2 + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}^T \quad (4.41)$$

가 된다. 단, A 는 \tilde{G} 의 고유치 λ_i 를 대각요소로 하는 대각행렬이고 V 는 $\delta\tilde{C}$ 를 나타내는 고유벡터로 이루어지는 행렬이고, U 는 $\delta\tilde{T}$ 를 나타내는 고유벡터로 이루어지는 행렬이다. 이 분해는 "Tapered Least-Squares" 추정법이다. 이 방법에서는 $C_{\delta T_N}$ 을 대각행렬로 가정하지 않아도 괜찮다. 또 (A^2+I) 는 0이 되는 일이 없으므로 고유치가 0 및 0에 가까운 경우에도 (4.41)식은 성립한다. 이 방법은 Munk and Wunsch (1979)로부터 시작되어 Cornuelle et al. (1985), Chiu et al. (1985), Howe et al. (1987) 등이 사용하여 토모그래피 역방법의 주류로서 현재에도 많이 쓰이고 있다.

4.1.5 행렬연산법

$C_{\delta C}$ 와 $C_{\delta T_N}$ 이 정칙 대칭행렬일 때에는 (4.25)식에 의하여 C_{E_C} 도 정칙 대칭행렬이 되므로 다음과 같이 분해할 수 있다.

$$C_{E_C} = S_{E_C}^2 \quad (4.42)$$

이 S_{E_C} 는 정칙이고 역행렬 $S_{E_C}^{-1}$ 가 존재한다. (4.28)식의 $S_{\delta C}^{-1}$ 을 $S_{E_C}^{-1}$ 로 치환하면

$$G' = S_{\delta T_N}^{-1} G S_{E_C}$$

$$L' = S_{E_C}^{-1} L S_{\delta T_N}$$

$$\delta T' = S_{\delta T_N}^{-1} \delta T \quad (4.43)$$

$$\delta T_N' = S_{\delta T_N}^{-1} \delta T_N$$

$$\delta C' = S_{E_C}^{-1} \delta C$$

가 된다. 이것에 대응하여

$$\delta T' = G' \delta C' + \delta T_N'$$

$$\delta \hat{C}' = G'^T \delta T' \quad (4.44)$$

$$L' = G'^T$$

가 된다. 여기에서는 G' 의 토모그래피 역행렬 L' 가 단지 G' 의 전치행렬로서 구해진다. 그리고

$$C_{Ec}' = S_{Ec}^{-1} C_{Ec} S_{Ec}^{-1} = I$$

$$R' = L' G' = G'^T G'$$

$$H' = G' G'^T \quad (4.45)$$

$$C_{\delta Ec}' = R' C_{Ec}' = R'$$

$$M = I - R'$$

$$E_T' = (H' - I) \delta T'$$

가 된다.

4.1.6 $\delta T_N=0$ 즉 오차가 없을 때

$\delta T_N=0$ 일 때의 취급은 G 의 특이치분해로부터 결정되는 일반화 역행렬에 의하여 $\hat{\delta C}$ 가 얻어진다 (Aki and Richards, 1980). (4.40)식과 같이 G 에 특이치분해법을 적용하면

$$G = U A V^T \quad (4.46)$$

가 되고, G 의 일반화 행렬 G^{-g} 는

$$G^{-g} = V A^{-g} U^T \quad (4.47)$$

로 구해진다. 단, A^{-g} 는 A 의 전치행렬로 0이 아닌 대각요소를 그 역수로 치환한 것이라 한다. 즉,

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \lambda_k & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

$$A^{-g} = \begin{pmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \lambda_2^{-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \lambda_k^{-1} & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

이고, $\lambda_i \neq 0$ ($i=1, q$)이다. 각 행렬의 차수를 검토하여 보면, G 는 (n, m) 형 행렬, G^{-g} 는 (m, n) 형 행렬, A 는 (n, m) 형 행렬, A^{-g} 는 (m, n) 형 행렬, U 는 (n, n) 형 행렬이고, V 는 (m, m) 형 행렬이다. 0이 아닌 고유치의 수는 q 이고 $Q \leq \min(n, m)$ 이다. U 와 V 중 고유치 $\lambda_i (\neq 0)$ 에 대한 고유벡터를 w_i, v_i 라고 하면,

$$G v_i = \lambda_i w_i \tag{4.50}$$

$$G^T w_i = \lambda_i v_i$$

가 된다. 여기서, 다음과 같은 행렬을 생각한다.

$$A_q = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \lambda_q \end{pmatrix}$$

$$V_q = (v_1, \dots, v_q) \tag{4.51}$$

$$U_q = (w_1, \dots, w_q)$$

단, A_q 는 (q, q) 형 행렬, V_q 는 (n, q) 형 행렬, U_q 는 (m, q) 형 행렬이다. 다음에 고유치 0에 대한 U 와 V 의 고유벡터를 w_j ($j=q+1, \dots, n$), v_j ($j=q+1, \dots, m$)라 하고, 이들을 모은 행렬 U_0, V_0 를 다음과 같이 정의한다.

$$U_0 = (w_{q+1}, \dots, w_n) \tag{4.52}$$

$$V_0 = (v_{q+1}, \dots, v_m)$$

단, U_0 는 $(n, n-q)$ 형 행렬이고, V_0 는 $(m, m-q)$ 형 행렬이다. 이들을 이용하면, A, U, V 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = \begin{pmatrix} A_q & 0_{q(m-q)} \\ 0_{(n-q)q} & 0_{(n-q)(m-q)} \end{pmatrix}$$

$$U = (U_q, U_0) \tag{4.53}$$

$$V = (V_q, V_0)$$

그리고 U, V 에 대하여 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$U^T U = U U^T = I_n \tag{4.54}$$

$$V^T V = V V^T = I_m$$

U_q, U_0 에 대하여는

$$U_q^T U_q = I_q$$

$$U_0^T U_0 = I_{m-q} \tag{4.55}$$

$$U U^T = U_q U_q^T + U_0 U_0^T = I_n$$

과 같으며, V_q , V_0 에 대하여는

$$\begin{aligned} V_q^T V_q &= I_q \\ V_0^T V_0 &= I_{n-q} \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$V V^T = V_q V_q^T + V_0 V_0^T = I_m$$

이 된다. 단, I_q 는 q 차의 단위행렬을 나타낸다. 또 0_{nm} 은 (n, m) 형 행렬로 모든 요소가 0인 행렬이다. (4.53)식을 (4.46)식에 대입하여 계산하면, G 는

$$G = U_q A_q V_q^T \quad (4.57)$$

로 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 일반화 역행렬은

$$G^{-g} = U_q A_q^{-1} V_q^T \quad (4.58)$$

로 표현되고, G 와 G^{-g} 는 모두 0이 아닌 고유치에 대응하는 고유공간의 선형연산자에 불과하다. 이 때의 분해능 행렬 R_0 와 정보 분포행렬 H_0 는

$$\begin{aligned} R_0 &= V_q V_q^T \\ H_0 &= U_q U_q^T \end{aligned} \quad (4.59)$$

로 나타낼 수 있다. 그리고 C_{Ec} 와 $C_{\delta Ec}$ 는

$$\begin{aligned}
C_{EC} &= W[(\hat{\delta C} - \delta C) (\hat{\delta C} - \delta C)^T] \\
&= (I - R_0) C_{\delta C} (I - R)^T \\
&= (V_0 V_0^T) C_{\delta C} (V_0 V_0^T)^T
\end{aligned}$$

$$C_{\delta EC} = 0_{nm} \quad (4.60)$$

$$M_0 = C_{EC}$$

가 된다. 이상을 요약하면, $\delta T_N=0$ 일 때라도 V_0 가 존재하는 경우에는 옳은 추정치 $\tilde{\delta C}$ 를 얻을 수 없다. V_0 의 존재는 $\tilde{\delta C}$ 의 형을 찌그러지게 하여 그 결과 추정오차의 분산 행렬에 바이어스항이 나타나게 함으로써 δC 로부터 크게 벗어나게 한다. $\delta T_N \neq 0$ 의 경우도 이와 비슷한 방식으로 평가할 수 있다. $C_{\delta C} = \sigma_C^2 I$, $C_{\delta T_N} = \sigma_N^2 I$, $\eta^2 = \sigma_N^2 / \sigma_C^2$ 이라 가정하여 계산하면 다음과 같이 된다 (Nakono et al., 1989).

$$G = U_q A_q V_q^T$$

$$L = V_q A_q (A_q^2 + \eta^2 I_q) (U_q^{-1})^T$$

$$R = V_q A_q^2 (A_q^2 + \eta^2 I_q)^{-1} V_q^T$$

$$H = U_q A_q^2 (A_q^2 + \eta^2 I_q)^{-1} U_q^T$$

$$C_{EC} = \sigma_C^2 V_0 V_0^T + \sigma_N^2 V_q (A_q^2 + \eta^2 I_q)^{-1} V_q^T \quad (4.61)$$

$$C_{\delta EC} = \sigma_N^2 V_q A_q^2 (A_q^2 + \eta^2 I_q)^{-2} V_q^T$$

$$M = M_0 + M_1$$

$$M_0 = \sigma_C^2 V_0 V_0^T$$

$$M_1 = \sigma_N^2 \eta^2 V_q (A_q^2 + \eta^2 I_q)^{-2} V_q^T$$

$\delta T_N=0$ 와 $\delta T_N \neq 0$ 의 경우를 비교하면, δT_N 의 존재는 특이치 λ_i 가 0에 가까와도 바이어스 효과로 \hat{C} 의 추정을 안정화시키는 작용을 한다. δT_N 에 의하여 추정오차의 분산에 변동성분 $C_{\delta EC}$ 를 생기게 함과 동시에 새로운 바이어스 항이 생긴다.

4.2 비선형 역방법

선형 역방법을 적용할 수 없을 때에는 선형 역방법을 반복적용하여 처리한다. Cornuelle 등(1985)은 고정점 반복법 (Fixed-Point Iteration)이 유효하다고 보고하고 있다. 이것에 의하면, 평균적인 음속분포를 $C_0(r, z)$, 관측한 음파 전파시간 데이터를 T_i ($i=1, \dots, N$)라 하고, k 회의 반복조작으로 얻어진 음속분포를 $C_k(r, z)$ 라 하면, 다음과 같이 $C_{k+1}(r, z)$ 가 구해진다.

$$C_{k+1}(r, z) = C_0(r, z) + D_k^{-1} \begin{bmatrix} T_1 - \int_{\Gamma_{k1}} \frac{ds}{C_0(r, z)} \\ \vdots \\ T_N - \int_{\Gamma_{kN}} \frac{ds}{C_0(r, z)} \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

여기서, D_k 는

$$D_k(C - C_k) = \begin{bmatrix} - \int_{\Gamma_{k1}} \frac{C(r,z) - C_k(r,z)}{C_k^2(r,z)} ds \\ \vdots \\ - \int_{\Gamma_{kn}} \frac{C(r,z) - C_k(r,z)}{C_k^2(r,z)} ds \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

에 의하여 정해진다. Γ_{ki} 는 $C_0(r,z)$ 에 의한 고유음선 Γ_{0i} 가 $C_k(r,z)$ 에 의하여 수정된 음선경로를 나타낸다.

4.3 Kalman Filter법

지금까지 전개하여 온 역방법은 1회마다 독립한 Tomography Map을 얻기 위한 것이다. 그러나 해양음향 토모그래피에서는 지진파 토모그래피와 달리 조사선 등에 의한 해양관측 데이터를 Inversion에 집어넣는 것이 가능하다. Howe 등(1987)의 방법은 다음과 같은 것이다. 먼저 가중함수가 작용하는 음속변동장 $\delta\tilde{C}(t)$ 를 다음과 같이 취한다.

$$\delta\tilde{C}(t) = C^{-1/2} [\delta C(t) - N(t)] \quad (4.64)$$

여기서,

$$N(t) = \begin{cases} (1 - \frac{t}{\tau}) \tilde{\delta C}(0) & (t < \tau) \\ 0 & (t > \tau) \end{cases}$$

$$C_{ii}(t) = C_{E_{cii}}(0) + \frac{t}{\tau} [C_{\delta C_{ii}} - C_{E_{cii}}(0)] \quad (4.65)$$

(t < τ)

$$C_{ij}(t) = (1 - \frac{t}{\tau}) C_{E_{cij}}(0), \quad i \neq j$$

$$C(t) = C_{\delta C} \quad (t > \tau)$$

이다. 이것에 의하여 음파전파 시간변동 $\tilde{\delta I}(t)$ 와 음속변동 $\tilde{\delta C}(t)$ 와의 관계는

$$\tilde{\delta I}(t) = \tilde{G} \tilde{\delta C}(t) + \tilde{\delta I}_N \quad (4.66)$$

과 같다. 여기서,

$$\tilde{\delta I} = C_{\delta I_N}^{-1/2} [\delta I(t) - G N(t)] \quad (4.67)$$

$$\tilde{G} = C_{\delta I_N}^{-1/2} G C^{1/2}(t)$$

이다. 역행렬 \tilde{G}^{-1} 는 (4.47)식과 같은 형이 되어

$$\hat{\delta\tilde{C}}(t) = \tilde{G}^{-g} \delta\tilde{T}(t)$$

(4.68)

$$\delta\hat{C}(t) = C^{1/2}(t) \hat{\delta\tilde{C}}(t) + N(t)$$

가 된다. XBT 데이터를 사용할 수 없을 때에는 이 방법에 의하여 Tomography Map과 음속분포 실측치의 조화를 꾀하는 것이 가능하고 실제로 양호한 결과가 얻어지고 있다.

제 5 장 1981년의 해양음향 토모그래피 실험결과

여기에서는 1981년 북대서양 (26° N, 70° W)에서 실시된 최초의 해양음향 토모그래피 실험 (Cornuelle et al., 1985)에 관하여 기술한다. 이 실험은 1974년 중 규모 Eddy 관측을 목적으로 실시된 MODE (Mid-Ocean Dynamic Experiment)에 의하여 충분한 자료가 수집되어 있는 그림 5-1에 나타난 해역에서 행해졌다. 실험기간은 1981년 3월부터 6월까지 3개월간이었다. 송·수파기의 배열은 그림 5-2와 같이 하였다. CTD관측이 실험기간중의 처음, 중간, 끝 부근에서 3회 실시되었고, CTD관측 사이에 AXBT관측이 2회 실시되었다. 그림 5-2의 E₁, E₂에서는 유향, 유속, 수온 및 염분을 연속적으로 관측하였고, 송파기 S₁~S₄, 수파기 R₁~R₅에서는 동시에 수온과 압력을 관측하였다. 이 실험에서는 224 Hz의 음파를 3일 중 24시간 동안 1시간의 간격으로 방사하고, 그밖의 시간에는 휴지하는 방식으로 매 3일마다 이것을 반복하였다. 해저에 설치된 3개의 Transponder에 의하여 송·수파기의 3차원 위치를 Tracking하였고 (오차 1.5 m), 수정시계로 시간을 측정하였으며, Rubidium 발전기인 표준시계를 사용하여 보정하였다. 이것은 조류에 의한 송·수파기의 운동 및 시계 Drift에 따른 음파 전파시간 측정오차를 교정하기 위한 것이다. 그림 5-3은 음원 S₁으로부터 발사된 음파를 R₃으로 수신하여 측정한 음파 전파시간, 시계 Error, 송·수파기의 이동, 보정후의 음파 전파시간 데이터와 음선과의 관계를 나타낸 예이다.

기준음속의 Profile C₀(z)로서 1978년 MODE-1의 자료를 공간적으로 평균한 것을 사용하였다. 기준음속으로부터의 변동은 MODE 자료에 기초하여 얻어진 그림 5-4와 같은 4개의 실험적 직교함수 (Empirical Orthogonal Function)를 사용하여 표현할 수가 있다. 그림의 mode-2는 해표면 부근의 음속변동을 강하게 나타내고 있어 실험 자료로부터 해표면을 통과하는 음선을 분리할 수 없으므로 역방법에 의한 추정에서는 사용할 수 없다. 그림 5-4에 나타난 4개의 함수계를 사용하여 음파의 전파시간차 데이터로부터 평균음속의 Profile을 역방법으로 추정한 것이 그림 5-5이다. 이 때의 공분산은

$$C(R_1, R_2) = \sum_{k=1}^4 F_k(z_1) F_k(z_2) \left[\alpha_k^2 + \beta_k^2 \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{|r_2 - r_1|^2}{(100 \text{ km})^2}\right\} \right] \quad (5.1)$$

를 가정하고 있다. 여기서, α_k^2 은 k차 모우드의 공간 평균에너지, β_k^2 은 중규모 변동의 기여 정도를 나타내고 있다. 이 해역에서는 수온 0.2 °C가 음속 1 m/s에 대응하여 좋은 근사를 보여주고 있다. CTD관측에 의한 Profile에서는 수심 700 m에서 0.1 m/s의 음속오차를 가정하여 Error Bar를 계산하였다. 토모그래피에서는 표층에서 오차가 크다. 이것은 표층을 통과하는 음선의 수가 적은 것에 의한다.

그림 5-6은 수심 700 m ($C_0=1510.6$ m/s, 12.4 °C)에 있어서의 토모그래피 Map이다. 이것은 잡음이 가장 적을 때의 것이다. 이와 같은 것을 CTD관측으로 얻는 데에는 20일을 필요로 한다. Error Map $\langle (\delta\hat{C} - \delta C)^2 \rangle$ 은 백분율로 나타내고 있다. 남쪽에서 오차가 크게 되어있는 것은 통과하는 음선의 수가 적은 것에 기인한다. 70% 이상의 오차는 음속으로 3 m/s, 수온으로 0.6 °C에 대응한다. CTD관측에 의한 Map과 Tomography Map과의 차도 함께 나타내고 있다. CTD관측에 의한 Map은 20일간의 평균이므로 Tomography Map과 경향이 다르다. 그림 5-7은 AXBT관측에 의한 Map과 Tomography Map과의 비교이다. 정도를 별도로 하면, 경향은 일치하고 있다고 말할 수 있다. 그림 5-8는 D, D-3, D+3의 7일간에 걸친 평균 음향 토모그래피 Map의 시계열을 나타낸다. 처음과 맨마지막의 Map은 CTD관측에 의한 것이다. 이것으로부터 차거운 Eddy가 서쪽으로 이동하여 가는 모양을 알 수 있다. 100~106 Year Day에는 변화가 급격하다. CTD관측으로는 이러한 크기의 해역 관측에 2~3 주간을 필요로 하므로 이와 같은 변화를 포착할 수 없을 것이다.

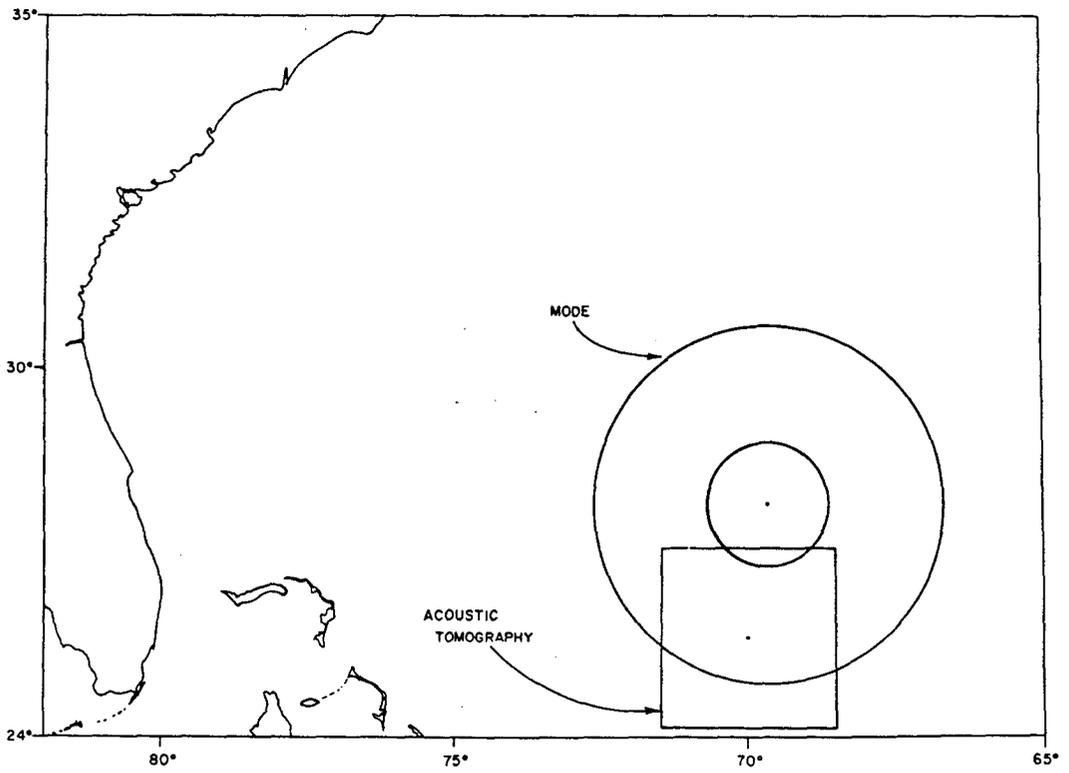


Fig. 5.1. Location of 1981 tomography experiment.

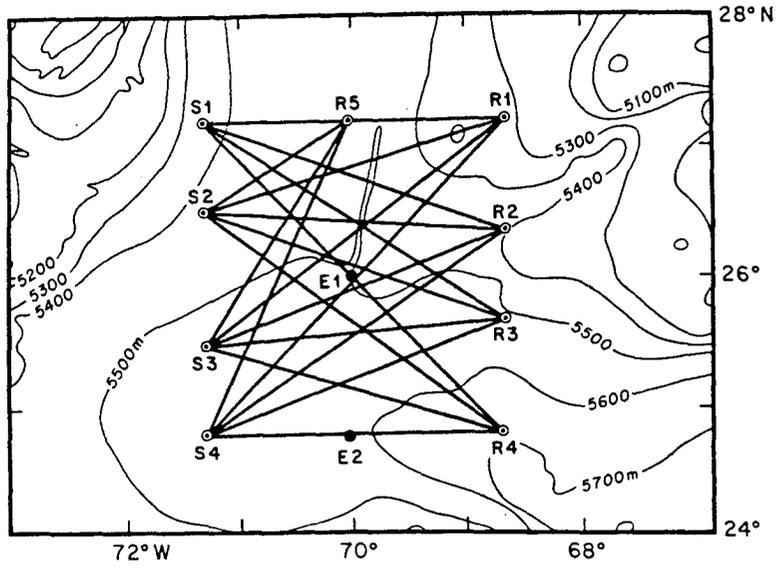


Fig. 5.2. Geometry of 1981 tomography experiment. S:transmitters, R:receivers, E:current meters and temperature/pressure recorders.

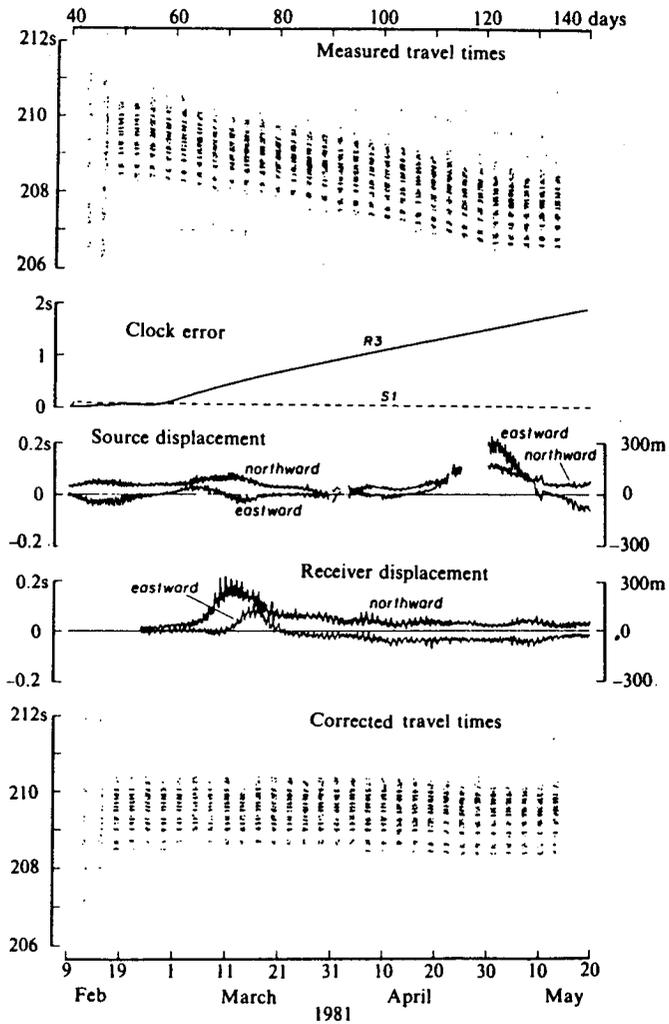


Fig. 5.3. Multipath arrival structure S1 to R3, before and after corrections for clock drifts and mooring displacements.

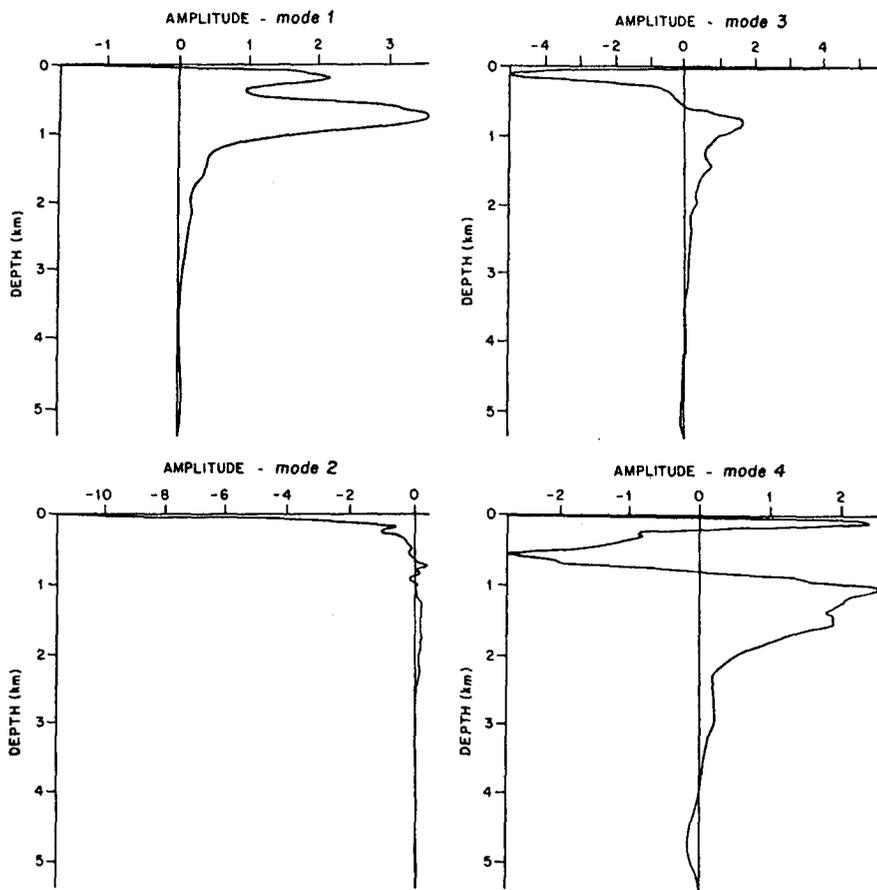


Fig. 5.4. Empirical orthogonal functions (EOF) for potential sound speed computed from MODE-1 hydrography.

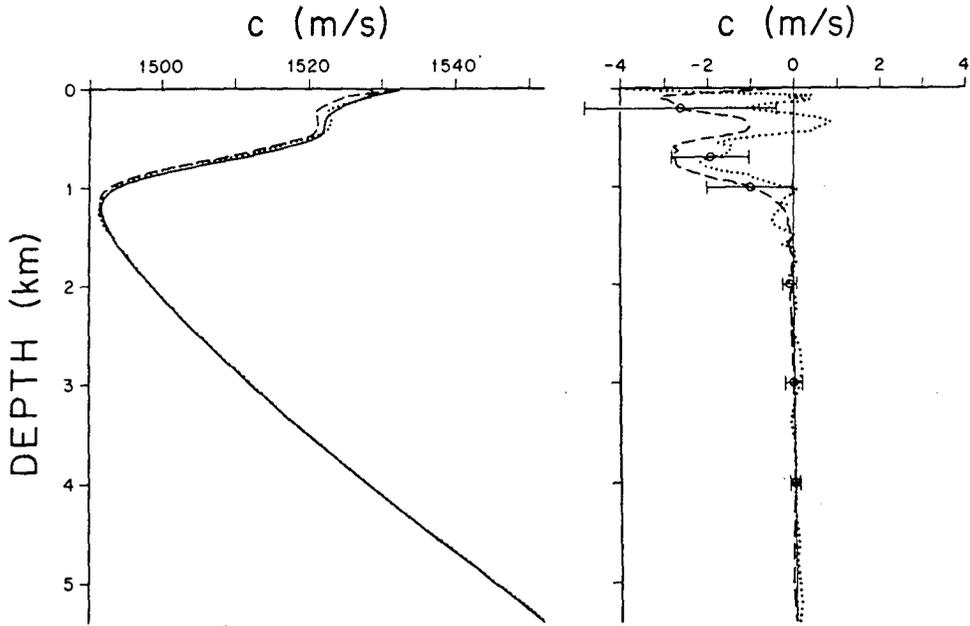


Fig. 5.5. (a) Reference sound speed profile [MODE $C_0(z)$] used for inversions (solid line), spatial average of all CTD survey (dotted line), spatial average calculated from acoustics (dashed line), and (b) sound speed profile differences, CTD spatial average minus MODE $C_0(z)$ (dotted line), tomography spatial average minus MODE $C_0(z)$.

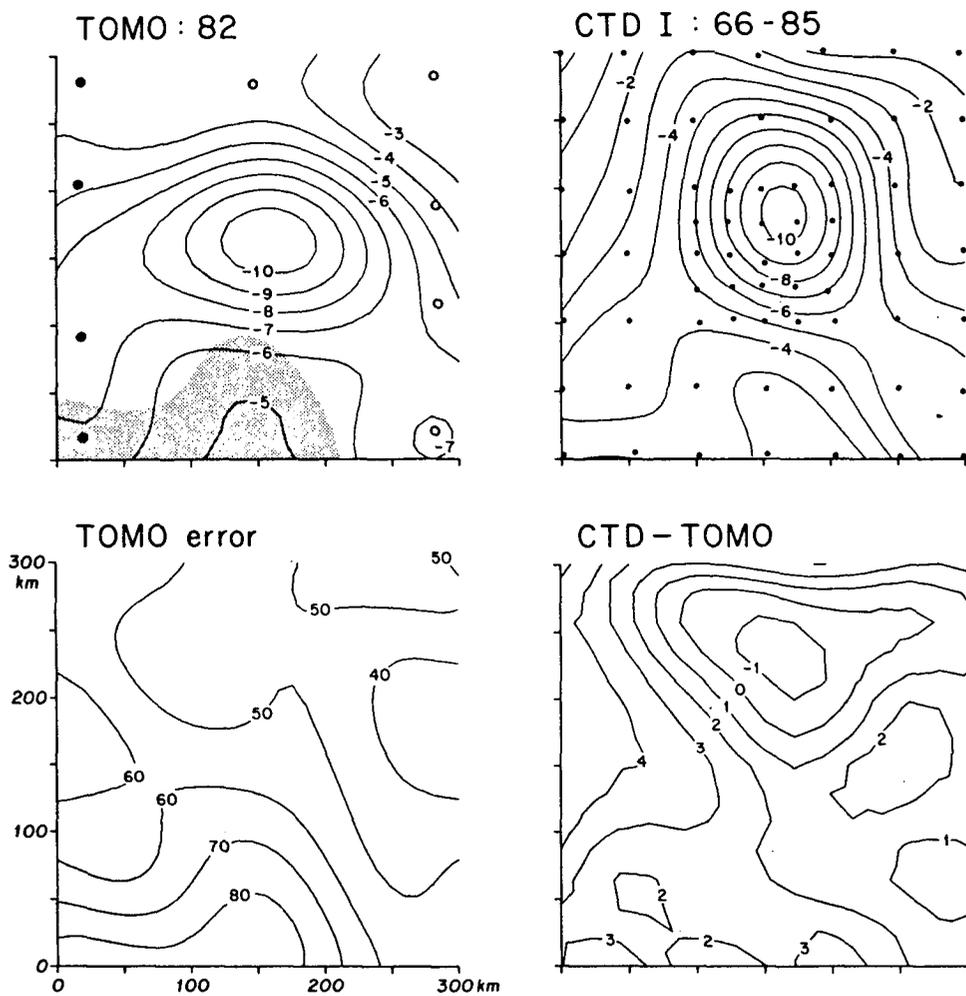


Fig. 5.6. Comparison of tomographic and CTD maps at 700 m depth.

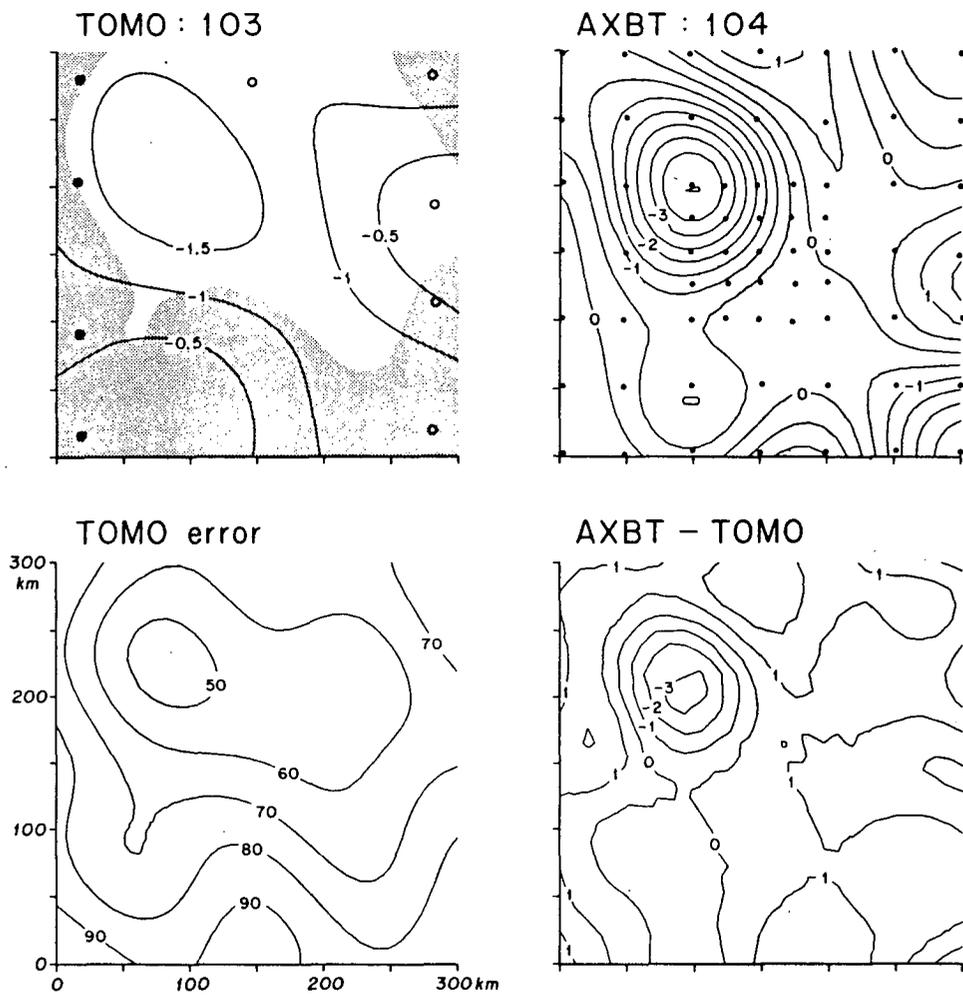


Fig. 5.7. Comparison of tomographic and AXBT maps at 350 m depth.

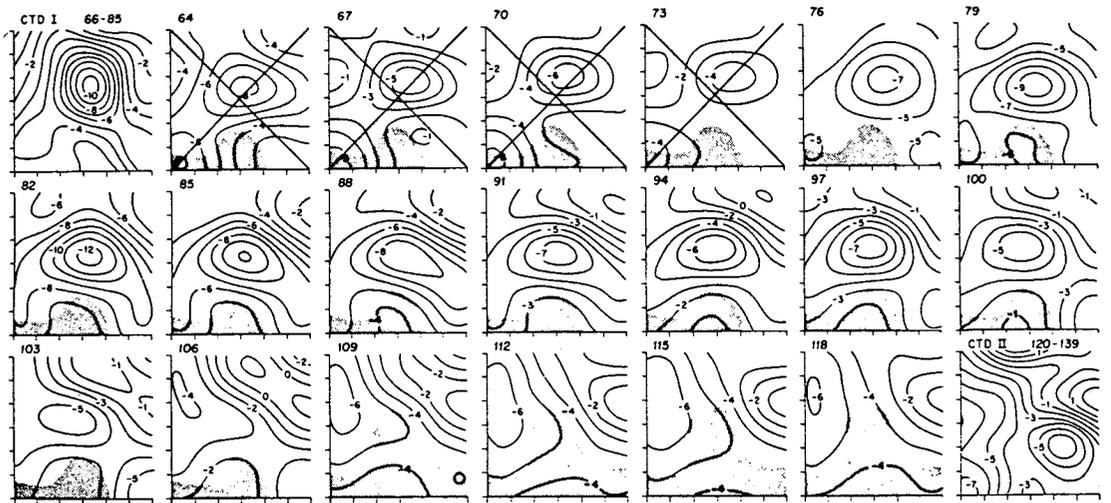


Fig. 5.8. Time series of three day running average maps at 700 m with CTD surveys shown at beginning and end.

제 6 장 결론

해양 표층이심의 수온과 유속을 실시간 모니터링하는 새로운 해양 관측기법으로서 최근 미국 등의 국가에서 활발히 연구중에 있는 해양음향 토모그래피를 한반도 주변해역에 적용시키는 것을 최종목표로 제1차 년도에는 해양음향 토모그래피 기술에 관한 기본원리, 그 기초이론 및 실험결과 등에 관하여 관련문헌을 중심으로 조사연구를 행하였으며, 여기에서 그 개요를 소개하였다.

해양음향 토모그래피 기술은 저주파 음파를 송파하고 수파하여 여러 경로 (음선)를 거쳐 전파하여 오는 음파의 전파시간을 정밀계측함으로써 그 데이터를 사용하여 역방법으로부터 해양구조 즉, 수온구조 (음속구조) 및 유속구조를 추정하는 기술이다. 이러한 기법을 한반도 주변해역에 적용시키기 위하여는 대상해역에 관한 평균적인 음속장·유속장의 파악이 필수적이므로 기존의 해양관측 자료에 대한 분석이 선행되어야 할 것이며, 음파전파 이론 및 역방법 이론에 관한 수치해석 모델의 개발이 이루어져야 할 것이다. 또한 저주파용 송·수파기의 이용법 확립, 음파 전파시간 계측기술 개발 및 신호처리 기법의 응용기술 개발 등 다방면에 걸친 지속적인 연구가 수행되어야 할 것이다.

참고문헌

- A. D. Pierce, "Extension of the method of normal modes to sound propagation in an almost-stratified medium," *J. Acoust. Soc. Am.* 37, 19-27 (1965).
- A. D. Seifer and M. J. Jacobson, "Ray transmissions in an underwater acoustic duct with a bottom having curvature," *J. Acoust. Soc. Am.* 44, 1103-1114 (1968).
- A. Nagl et al., "Adiabatic mode theory of underwater sound propagation in a range-dependent environment," *J. Acoust. Soc. Am.* 63, 739-749 (1978).
- B. Cornuelle et al., "Tomographic maps of the ocean mesoscale. Part 1 : Pure acoustics," *J. Phys. Oceanogr.* 15, 133-152 (1985).
- B. M. Howe, "Multiple receivers in single vertical slice ocean acoustic tomography experiments," *J. Geophys. Res.* 92, 9479-9486 (1987).
- C. S. Chiu, J. F. Lynch and O. M. Johannessen, "Tomographic resolution of mesoscale eddies in the marginal ice zone : A preliminary study," *J. Geophys. Res.* 92, 6886-6902 (1987).
- C. T. Tindle and K. M. Guthrie, "Ray as interfering modes in underwater acoustics," *J. Sound Vib.* 34, 291 (1974).
- D. White, "Ray theory for wide classes of sound-speed profiles with two-dimensional variation," *J. Acoust. Soc. Am.* 63, 405-419 (1978).
- F. R. Dinapoli and R. L. Deavenport, "Theoretical and numerical Green's function field solution in a plane multilayered medium," *J. Acoust. Soc. Am.* 67, 92-105 (1980).
- H. K. Brock et al., "Modifying the sound speed profile to improve the accuracy of the parabolic equation technique," *J. Acoust. Soc. Am.* 62, 543 (1977).
- H. Weinberg and R. Burridge, "Horizontal ray theory for ocean acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* 55, 63-79 (1974).

- I. Nakano et al., "Evaluation method for optimizing a deployment plan with the observation network using the acoustic tomography technique," JAMSTECTR 21, 143-163 (1989).
- J. A. DeSanto et al., "A correction to the parabolic approximation," J. Acoust. Soc. Am. 64, 1664 (1978).
- J. L. Spiesberger, "Ocean acoustic tomography : Travel time biases," J. Acoust. Soc. Am. 77, 83-100 (1985).
- J. L. Spiesberger and P. F. Worcester, "Perturbations in travel time and ray geometry due to mesoscale disturbances : A comparison of exact and approximate calculations," J. Acoust. Soc. Am. 74, 219-225 (1983).
- K. Aki and P. G. Richards, Quantitative seismology : Theory and methods (W. H. Freeman, San Francisco, 1980), p.932.
- K. E. Gilbert et al., "Some new models for sound propagation in bottom limited ocean environments," Conf. Proc. Acoustics and the Sea-Bed, 243-250 (1983).
- P. F. Worcester et al., "Reciprocal acoustic transmissions : Instrumentation for mesoscale monitoring of ocean currents," IEEE J. Oceanic Eng., OE-10, 123-137 (1985).
- P. Ugincius, "Intensity equations in ray acoustics III," J. Acoust. Soc. Am. 47, 339-341 (1970).
- R. M. Fitzgerald, "Helmholtz equation as an initial value problem with application to acoustic propagation," J. Acoust. Soc. Am. 57, 839 (1975).
- W. G. Kanabis, "A shallow water acoustic model for an ocean stratified in range and depth. Vol. I," NUSC Rpt. No.4887-I (1975).
- W. H. Munk and C. Wunsch, "Ocean acoustic tomography : A scheme for large scale monitoring," Deep Sea Res. 26, 123-161 (1979).
- W. H. Munk and C. Wunsch, "Ocean acoustic tomography : Rays and modes," Rev. Geophys. Space Phys. 21, 777-793 (1983).
- W. H. Munk and A. M. G. Forbes, "Global ocean warming : An acoustic measure ?," J. Phys. Oceanogr. 19, 1765-1778 (1989).