

BSPE 00340-573-2

不規則 水深을 갖는 海域에서의
3次元 數値모델링 研究

A Study on Development of a Three-dimensional
Hydrodynamic Numerical Model in Coastal
Seas of Irregular Depth

1993. 6.

韓國 海洋 研究所

提 出 文

韓國海洋研究所長 貴下

本 報告書를 “不規則 水深을 갖는 海城에서의 3次元 數值모델링 研究”의
最終報告書로 提出합니다.

1993年 3月

韓國海洋研究所 海洋工學部

研究責任者 : 鄭 景太

研 究 員 : 李 光守

蘇 在貴

陳 載律

要約文

I. 題目

不規則水深을 갖는 海域에서의 3次元 數値모델링 研究

II. 研究開發의 目的 및 重要性

해양학적인 관점에서 천해의 해수순환형태를 좀더 확실히 규명하고 공학적인 관점에서 원유유출에 의한 해양오염문제, 연안역 폐열확산, 해양구조물에 작용하는 해류에 의한 외력, 표층해류에 의한 오염물질의 확산, 부유사 및 소류사의 이동현상을 규명하기 위하여 해류의 수직분포에 대한 자료가 필수적으로 요구되고 있다.

본 2차년도 연구는 외해경계 및 불규칙 안선, 수심을 갖는 해역에서 취송류 및 파랑류 등의 연직변화를 예측하는 3차원 모델 개발을 목표로 한다.

III. 研究開發의 內用 및 結果

본 보고서는 연직방향 유속변화 처리에 있어 대별되는 두 모델 즉, 함수전개모델 (Galerkin-function model)과 Grid box 모델 개발의 2차년도 결과를 기술한다. 보고서 part I에 기술되는 모델의 경우 연직방향 유속결정에 Eigenfunction 전개, 그리고 시간과 수평방향 적분에는 유한차분법이 사용되며 등수심 장방형 Basin에 대해 개발된 1차년도 모델을 확장하여 불규칙 안선과 외해경계조건 처리가 가능토록 하였다. 보고서 part II에 기술되는 모델은 점모델(point model)로서 수평방향은 물론 수직방향으로도 유한차분법이 이용되며 1차년도에서는 외력으로 바람응력이 고려되었으나 2차년도에는 파랑에 의한 압력경사가 고려된다.

SUMMARY

I. Title

A Study on Development of a Three-dimensional Hydrodynamic Numerical Model in Coastal Seas of Irregular Depth.

II. Objective and Significance of the Study

With increased interest in problems involving the spread and dispersion of oil spills and heated discharges, and in the transport of sediments, there is an increasing demand to develop three-dimensional hydrodynamic models that can effectively reproduce the near-surface and near-bottom wind and wave induced flows. This report describes development of mathematical models for wind and wave-induced flows in coastal seas.

III. Contents and Results of the Study

In this report we are concerned with mathematical development of two three-dimensional models which differ each other for integrating the governing equations over the vertical space domain. The first model considered is a mixed model in which the vertical dependence of wind-induced horizontal currents is determined using the Galerkin method, whereas a finite difference method is used for the integration in time and the horizontal spatial coordinates. The second model is a finite difference point model which uses grid boxes to approximate wave-induced currents in the vertical direction.

제 I 편
(Part I)



황해 동측 한반도 연안역에서의 취송류 제현을 위한 Galerkin모델 개발

1. 서론

91년 기본 연구 사업으로 등수심 하의 취송류 제현을 위한 3차원 Galerkin 함수이용 모델 개발이 시도된 바 있다(한국해양연구소,1992). Galerkin 함수 이용 모델은 수직좌표상의 수평유속성분을 수평좌표, 시간에 따라 변하는 계수와 수심에 따라 변하는 함수군의 곱의 형태로 선형전개하며, 계수의 값은 Galerkin method를 써서 구한다. 본 연구에서는 이 모델을 확장하여 실제수심과 불규칙한 안선, 외해 경계조건을 처리할 수 있도록 확장한다. 수면변화항과 유속항의 곱이 등장하는 연속방정식을 제외하고는 운동방정식을 완전히 선형화되어 사용된다.

모델대상해역을 그림 1에 제시된 바와 같이 경기만으로부터 목포부근까지(38° N로부터 $34^{\circ} 36' N$ 까지)의 약 180km 폭의 천해역을 포함한다. 격자간격은 $\Delta\phi = 1/36^{\circ}$, $\Delta\theta = 1/45^{\circ}$ 이며, 해도 N0. 836을 참고하여 그림 2와 같이 수심을 투입하였다. 수평 좌표계는 등수심모델에서 사용된 직교좌표대신 지구곡률을 고려한 곡면좌표계가 사용되었다.

전개함수(Basis function)로는 수직 와점성계수를 포함하는 2차미분항의 Eigen-function을 택하였으며, 수직 와점성계수는 일정한 값을 취하였다. 해저면에서는 Stress boundary condition을 사용하였으며, Linear friction law를 사용하여 계산을 간략화하였다.

외력조건으로는 NW의 바람이 10m/s (바람응력 : 0.16 N/m^2)로 36 시간동안 지속되는 것으로 가정하였으며, 수직 와점성계수의 변화에 따른 해류순환 양상을 검토하기 위하여 수직 와점성계수가 $0.1250\text{m}^2/\text{s}$ (A), $0.1000\text{m}^2/\text{s}$ (B)인 두 경우에 대해 모델실험을

실시하였다.

2. 기본계산식 및 수치계산식

2.1 기본방정식

수평방향 확산항, 비선형 이류항을 무시하고 정수압조건 및 등해수밀도를 가정한 (Homogeneous condition) 삼차원 연속방정식과 운동방정식은 아래와 같이 표현된다 (Davies,1980).

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} \int_0^h u dz + \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_0^h v \cos \varphi dz \right\} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \gamma v = - \frac{g}{R \cos \varphi} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial z} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \gamma u = \frac{-g}{R} \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial G}{\partial z} \quad (2.3)$$

여기서, λ, φ : 경도 및 위도,

z : 평균해면하의 수직좌표,

t : 시간,

ζ : 평균해면상의 해수위,

u, v : 수심 z 에서의 λ, φ 방향 유속성분,

ρ : 해수밀도,

γ : Coriolis 계수,

g : 중력가속도

이며, F, G 는 λ, ϕ 방향 내부마찰용력으로서 아래와 같이 표현된다.

$$F = -\rho N \frac{\partial u}{\partial z}, \quad G = -\rho N \frac{\partial v}{\partial z}. \quad (2.4)$$

윗식에서 N 은 수직와점성계수(Coefficient of vertical eddy viscosity)이다. 식(2.4)를 사용하면 식(2.2), (2.3)은

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \gamma v = -\frac{g}{R \cos \phi} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \gamma u = \frac{-g}{R} \frac{\partial \zeta}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (2.6)$$

으로 표현된다. 식(2.1),(2.5),(2.6)을 풀기 위해서는 해수면과 해저면에서 경계조건이 주어 져야 한다. 해수면 $z=0$ 에서의 경계조건은

$$F = F_s, \quad G = G_s, \quad (2.7)$$

로 주어지며, 여기서, F_s, G_s 는 해수면상 바람용력의 x, y 방향 성분을 나타낸다. 식 (2.4)에 의하면, 식(2.7)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_s = -\rho \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right]_0,$$

$$G_s = -\rho \left[N \frac{\partial v}{\partial z} \right]_0. \quad (2.8)$$

위에서 첨자 0은 $z = 0$ (해수면)에서의 값을 의미한다. 마찬가지로 해저면 $z = h$ 에서 의 경계조건은

$$F = F_b, \quad G = G_b \quad (2.9)$$

로 주어지며, F_b, G_b 는 해저면 마찰용력의 x, y 방향성분을 나타낸다. 상기식을 식 (2.4)를 이용하여 다시 쓰면,

$$F_b = -\rho \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right]_h,$$

$$G_b = -\rho \left[N \frac{\partial v}{\partial z} \right]_h \quad (2.10)$$

가 된다. 위에서 첨자 h 는 $z = h$ (해저면)에서의 값을 의미한다.

해저면 마찰응력이 해저면유속에 선형적으로 비례한다고 가정하는 경우

$$F_b = k \rho u_h, \quad G_b = k \rho v_h \quad (2.11)$$

로 표현되며, k 는 상수 또는 x, y 의 함수인 해저면 마찰계수이고, u_h, v_h 는 x, y 방향의 해저면 유속성분이다. 해저면 마찰응력이 해저면유속과 비선형관계를 가지는 경우는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$F_b = K \rho u_h (u_h^2 + v_h^2)^{0.5},$$

$$G_b = K \rho v_h (u_h^2 + v_h^2)^{0.5}. \quad (2.12)$$

마찬가지로 위에서 K 는 해저면 마찰계수를 나타낸다. 또한, 경우에 따라서는 아래와 같은 비활동조건(No-slip condition)이 사용되기도 한다.

$$u_h = v_h = 0. \quad (2.13)$$

2.2 모우드분리 기법

공간 및 시간좌표계상의 유속 $u(x, y, z, t)$ 및 $v(x, y, z, t)$ 는 해수면변이에 영향을 미치는 수심평균유속 $\bar{u}(x, y, t), \bar{v}(x, y, t)$ 와 흐름의 수직변이만을 표현하는 유속성분 $u'(x, y, z, t), v'(x, y, z, t)$ 로 나눌 수 있으며, 이를 각각 External mode, Internal mode라고 부른다. 즉,

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad (2.14)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u \, dz, \quad \bar{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v \, dz \quad (2.15)$$

이다. 이상과 같이 External mode와 Internal mode를 분리하여 계산을 수행하는 경우 External mode는 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy) 안정성 조건에 의해 계산시간 간격상 제한이 따르는 데 비해 Internal mode는 이러한 제한이 없기 때문에 계산시간 간격을 훨씬 크게 택할 수 있는 장점이 있다. Heaps(1972)가 사용한 수치계산식에서는 해저면 마찰용력을 선형관계식으로 제한하여 계산식의 단순화와 수치모델의 경제성 제고를 도모한 데 비하여 모우드분리 기법을 사용하는 경우에는 이러한 제한이 없어도(즉, 비선형 해저 마찰용력식 사용시에도) 경제성이 보장되는 이점이 있다. 해수면 및 해저면에서 Homogeneous Neumann boundary condition을 채택하는 경우 자연스럽게 모우드분리가 일어나 본 논문에서 기술되는 방법의 경우 유도되는 Eigenfunction을 일반화된 경계조건으로 사용하는 경우에도 모우드분리가 된다.

연속방정식 (2.1)에 식(2.14)를 대입하면 다음과 같이 수심평균 연속방정식이 된다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ -\frac{\partial}{\partial \lambda} (h \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (h \bar{v} \cos \varphi) \right\} = 0. \quad (2.16)$$

식(2.2),(2.3)을 수심에 대해 적분하고 h 로 나누면 아래와 같은 식이 된다.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \gamma \bar{v} = \frac{-g}{R \cos \varphi} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - \frac{F_b}{\rho h} + \frac{F_s}{\rho h}, \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \gamma \bar{u} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} - \frac{G_b}{\rho h} + \frac{G_s}{\rho h}. \quad (2.18)$$

식(2.5)에서 식(2.17)을, 식(2.6)에서 식(2.18)을 각각 빼면,

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial t} - \gamma \bar{v}' = \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] + \frac{F_b}{\rho h} - \frac{F_s}{\rho h}, \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \bar{v}'}{\partial t} - \gamma \bar{u}' = \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right] + \frac{G_b}{\rho h} - \frac{G_s}{\rho h}. \quad (2.20)$$

와 같이 된다. 이상과 같이 기본방정식 (2.1),(2.5),(2.6)은 External mode인 식 (2.16)~(2.18)과 Internal mode인 식 (2.19),(2.20)으로 나누어진다.

2.3 Internal mode의 계산

Internal modes 식(2.19),(2.20)을 풀기 위하여 두 식에 $0 \leq z \leq h$ 에서 2차미분가능한 함수 $f_k(z)$ 를 곱한 다음 수식에 대해 적분한다. 먼저 식(2.19)에 대해 적용해 보면,

$$\int_0^h \frac{\partial u'}{\partial t} f_k dz - \int_0^h \gamma v' f_k dz = \int_0^h \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right] f_k dz + \int_0^h \frac{F_b - F_s}{\rho h} f_k dz \quad (2.21)$$

과 같다. 2차미분이 포함된 항에서 부분적분을 취하고 정리하면 아래와 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h u' f_k dz - \gamma \int_0^h v' f_k dz &= f_k(h) \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right]_h - f_k(0) \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right]_0 \\ &\quad - u_h \left[N \frac{df_k}{dz} \right]_h + u_0 \left[N \frac{df_k}{dz} \right]_0 \\ &\quad + \int_0^h u \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial f_k}{\partial z} \right] dz + \frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz \end{aligned} \quad (2.22)$$

위에서 Weighting function으로 사용한 함수 f_k 는 Eigenfunction으로서 다음과 같은 Sturm-Liouville system을 만족시킨다고 가정한다.

$$\frac{d}{dz} \left[N \frac{df_k}{dz} \right] = -\lambda_k f_k, \quad (2.23)$$

$$f_k(0) = 1, \quad (2.24)$$

$$N f_k'(0) + \beta_1 f_k(0) = 0 \quad (2.25)$$

$$N f_k'(h) + \beta_2 f_k(h) = 0. \quad (2.26)$$

여기서, f_k' 는 f_k 의 1차미분, λ_k 는 k 번째 Eigenvalue, 그리고 β_1, β_2 는 특정계수들이다.

식(2.22)에 식(2.8),(2.10),(2.23)~(2.26)등을 대입하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h u' f_k dz - \gamma \int_0^h v' f_k dz &= -\frac{F_b}{\rho} f_k(h) + \frac{F_s}{\rho} \\ &+ \beta_2 u_h f_k(h) - \beta_1 u_0 - \lambda_k \bar{u} \int_0^h f_k dz \\ &+ \frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz - \lambda_k \int_0^h u' f_k dz . \end{aligned} \quad (2.27)$$

Internal mode 유속 u', v' 는 다음과 같이 수직좌표 z 의 함수인 Basis function $f_r(z)$ 와 수평좌표 및 시간의 함수인 계수 $A_r(x, y, t), B_r(x, y, t)$ 를 사용하여 Linear combination으로 표현한다.

$$u'(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^M A_r(x, y, t) \cdot f_r(z) , \quad (2.28)$$

$$v'(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^M B_r(x, y, t) \cdot f_r(z) . \quad (2.29)$$

여기서, M 은 모우드수이다. 식(2.27)에 식(2.28)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \sum_{r=a}^M A_r \int_0^h f f_k dz - \gamma \sum_{r=1}^M B_r \int_0^h f f_k dz &= -\frac{F_b}{\rho} f_k(h) + \frac{F_s}{\rho} \\
&+ \beta_2 u_h \cdot f_k(h) - \beta_1 u_0 - \lambda_k \bar{u} \int_0^h f_k dz \\
&+ \frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz - \lambda_k \sum_{r=1}^M A_r \int_0^h f f_k dz . \quad (2.30)
\end{aligned}$$

Basis function f_r 는 식(2.23)~(2.26)의 Sturm-Liouville system을 만족하는 Eigenfunction이기 때문에 다음과 같은 Orthogonality 특성을 갖는다(Hildebrand, 1965).

$$\int_0^h f f_k dz = 0, \quad \text{if } r \neq k. \quad (2.31)$$

식(2.31)을 식(2.30)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_k}{\partial t} \int_0^h f_k dz - \gamma B_k \int_0^h f_k^2 dz &= -\frac{F_b}{\rho} f_k(h) + \frac{F_s}{\rho} \\
&+ \beta_2 u_h f_k(h) - \beta_1 u_0 - \lambda_k \bar{u} \int_0^h f_k^2 dz \\
&+ \frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz - \lambda_k A_k \int_0^h f_k^2 dz . \quad (2.32)
\end{aligned}$$

계산의 편의를 위하여

$$\frac{1}{h} \int_0^h f_k dz = a_k, \quad (2.33)$$

$$\int_0^h f_k^2 dz = 1/\phi_k \quad (2.34)$$

로 정의하면 최종 모우드식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_k}{\partial t} - \gamma B_k + \lambda_k A_k &= [\{a_k - f_k(h)\} \frac{F_b}{\rho} + \{1.0 - a_k\} \frac{F_s}{\rho} \\ &+ \beta_2 u_h f_k(h) - \beta_1 u_o - \lambda_k a_k \bar{u} h] \phi_k. \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_k}{\partial t} + \gamma A_k + \lambda_k B_k &= [\{a_k - f_k(h)\} \frac{G_b}{\rho} + \{1.0 - a_k\} \frac{G_s}{\rho} \\ &+ \beta_2 v_h f_k(h) - \beta_1 v_o - \lambda_k a_k \bar{v} h] \phi_k. \end{aligned} \quad (2.36)$$

2.4 수직유속성분

정수압을 가정한 관계로 수직유속장은 연속방정식으로부터 곡면좌표에서 연속방정식은 다음과 같이 쓸수있다.

$$\frac{1}{R \cos \phi} \left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \phi}{\partial \phi} \right] + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.37)$$

여기서, 수직유속성분(w)의 각 항에 수심 z로부터 해저면까지의 적분을 취한 다음, 해저면 경계조건을 부과하여 풀면

$$w = \frac{1}{R \cos \phi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \int_z^h u \, dz + \frac{\partial}{\partial \phi} \int_z^h v \cos \phi \, dz \right] \quad (2.38)$$

가 되고, 여기서 식(2.14)에 따라 수심평균유속과 수심변이유속으로 분리하여 적용하면,

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{R \cos \phi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \int_z^h (\bar{u} + u') \, dz + \frac{\partial}{\partial \phi} \int_z^h (\bar{v} + v') \cos \phi \, dz \right] \\ &= \frac{1}{R \cos \phi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \{ \bar{u}(h-z) \} + \frac{\partial}{\partial \phi} \{ \bar{v} \cos \phi (h-z) \} \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \lambda} \int_z^h u' dz + \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_z^h v' \cos \varphi dz \quad (2.39)$$

가 된다. 윗식에 식(2.27),(2.28)과 식(2.36)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{R \cos \varphi} \left[-\frac{\partial}{\partial \lambda} \{ \bar{u}(h-z) \} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_z^h v' \cos \varphi dz \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \lambda} \int_z^h \sum_{r=1}^M A_r f_r(z) dz + \frac{\partial}{\partial \varphi} \cos \varphi \int_z^h \sum_{r=1}^M B_r f_r(z) dz \right] \\ &= \frac{1}{R \cos \varphi} \left[-\frac{\partial}{\partial \lambda} \{ \bar{u}h(1-\zeta) \} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \{ \bar{v} \cos \varphi h(1-\zeta) \} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^M \left[\int_z^h f_r(z) dz \cdot \left\{ -\frac{\partial A_r}{\partial \lambda} + \cos \varphi \frac{\partial B_r}{\partial \varphi} \right\} \right] \right]. \quad (2.40) \end{aligned}$$

여기서 $\zeta = z/h$ 이다.

윗식에서

$$\int_z^h f_r(z) dz = \int_z^h \left[\cos p_k z - \frac{\beta_1}{N p_k} \sin p_k z \right] dz \quad (2.41)$$

로 표현된다.

모우드수 제한에 따른 오차를 보정하면 다음과 같다.

$$u'(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^M A_r(x, y, z, t) \cdot f_r(z) + \Delta u, \quad (2.42)$$

$$v'(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^M B_r(x, y, z, t) \cdot f_r(z) + \Delta v. \quad (2.43)$$

$$= \frac{2hF_z}{\rho N \pi^2} \left[(3\zeta^2 - 6\zeta + 2) \frac{\pi^2}{12} - \sum_{k=1}^{M-1} \frac{\cos k\pi\zeta}{k^2} \right] \quad (2.44)$$

마찬가지로

$$\Delta v = \frac{2hG_s}{\rho N\pi^2} \left[(3\zeta^2 - 6\zeta + 2) \frac{\pi^2}{12} - \sum_{k=1}^{M-1} \frac{\cos k\pi\zeta}{k^2} \right] \quad (2.45)$$

3. 수치계산식

3.1 External mode

수치계산은 External mode와 Internal mode로 분리하여 수행한다. 식(2.17) - (2.19)로 표현되는 External mode의 수심평균 2차원 연속, 운동방정식은 양해 유한차분법, 음해 유한차분법, 유한요소법등을 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 본 연구에서는 계산의 편의를 위하여 양해 유한차분법을 사용하였으며, 격자체계는 Staggered grid system인 Arakawa-C grid를 사용하였다. External mode의 수치계산식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \zeta_i(t + \Delta t) = \zeta_i(t) - \frac{1}{R\cos\phi} & \left[\frac{\Delta t}{\Delta\lambda} \{ h_{ie} \overline{u}_i(t) - h_{iw} \overline{u}_{i-1}(t) \} \right. \\ & \left. - \frac{\Delta t}{\Delta\phi} \cos\phi \{ h_{e} \overline{u}_{i-n}(t) - h_{w} \overline{u}_i(t) \} \right], \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \overline{u}_i(t + \Delta t) = \overline{u}_i(t) + \gamma\Delta t \hat{v}_i(t) - \frac{g}{R\cos\phi} \frac{\Delta t}{\Delta\lambda} & \{ \zeta_{i+1}(t + \Delta t) - \zeta_i(t + \Delta t) \} \\ - \frac{\Delta t}{\rho h_{ie}} F_{bi} + \frac{\Delta t}{\rho h_{ie}} F_{si} . \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \overline{v}_i(t + \Delta t) = \overline{v}_i(t) - \gamma\Delta t \hat{u}_i(t) - \frac{g}{R} \frac{\Delta t}{\Delta\phi} & \{ \zeta_i(t + \Delta t) - \zeta_{i+n}(t + \Delta t) \} \\ - \frac{\Delta t}{\rho h_{iw}} G_{bi} + \frac{\Delta t}{\rho h_{iw}} G_{si} . \end{aligned} \quad (3.3)$$

여기서,

$$\hat{u}_i(t) = \{ \overline{u}_i(t) + \overline{u}_{i-1}(t) + \overline{u}_{i+n}(t) + \overline{u}_{i+n-1}(t) \} / 4 \quad (3.4)$$

$$\hat{v}_i(t) = \{ \overline{v}_i(t) + \overline{v}_{i+1}(t) + \overline{v}_{i-n}(t) + \overline{v}_{i-n+1}(t) \} / 4. \quad (3.5)$$

$$*_{ie} = (*_i + *_{i+1}) / 2 \quad (3.6)$$

$$*_{in} = (*_i + *_{i-n}) / 2 \quad (3.7)$$

$$*_{iw} = (*_i + *_{i-1}) / 2 \quad (3.8)$$

$$*_{ie} = (*_i + *_{i+n}) / 2 \quad (3.9)$$

Δt : 계산시간 간격(sec)

$\Delta \lambda$: 경도방향 격자크기(m)

$\Delta \phi$: 위도방향 격자크기(m)

n : 계산영역내 경도방향 격자수.

위와 같이 양해 유한차분법을 사용하는 수치계산식에서는 계산의 안정성(Stability)이 계산시간 간격, 격자크기, 수심등을 고려하는 CFL조건(Courant-Friedrichs-Lewy stability condition)에 따른다.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta \lambda \Delta \phi}{\{ (gH)^{1/2} + U \} (\Delta \lambda^2 + \Delta \phi^2)^{1/2}}. \quad (3.10)$$

여기서,

H : 계산영역내 최대수심

U ; 계산영역내 최대유속

이다.

초기조건으로는 계산영역내의 모든 격자점에서 $t = 0$ 일때

$\zeta_i = \overline{u}_i = \overline{v}_i = 0$ 을 가정하였다.

3.2 Internal mode

Internal mode에서는 식(2.34),(2.35)에서 $A_k, B_k (k = 1, \dots, M)$ 의 값을 구한다.

식(2.34),(2.35)에서

$$C_k = \{a_k - f_k(h)\} \frac{F_b}{\rho} + \{1.0 - a_k\} \frac{F_s}{\rho} - \beta_2 N f_k(h) - \beta_1 u_o - \lambda_k a_k \bar{u} h, \quad (3.11)$$

$$D_k = \{a_k - f_k(h)\} \frac{G_b}{\rho} + \{1.0 - a_k\} \frac{G_s}{\rho} - \beta_2 N f_k(h) - \beta_1 v_o - \lambda_k a_k \bar{v} h, \quad (3.12)$$

라고 하면, 각각

$$\frac{\partial A_k}{\partial t} - \gamma B_k + \lambda_k A_k = C_k \phi_k, \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial B_k}{\partial t} - \gamma A_k + \lambda_k B_k = D_k \phi_k \quad (3.14)$$

와 같이 표현된다. 따라서 수치계산식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$A_{k,i}(t + \Delta t) = A_{k,i}(t) + \Delta t \{ \gamma \hat{B}_{k,i}(t) - \lambda_k A_{k,i}(t) + C_{k,i}(t) \phi_k \} \quad (3.15)$$

$$B_{k,i}(t + \Delta t) = B_{k,i}(t) + \Delta t \{ \gamma \hat{A}_{k,i}(t + \Delta t) - \lambda_k B_{k,i}(t) + D_{k,i}(t) \phi_k \} \quad (3.16)$$

여기서,

$$\hat{A}_{k,i}(t) = \{A_{k,i}(t) + A_{k,i-1}(t) + A_{k,i+n}(t) + A_{k,i+n-1}(t)\} / 4, \quad (3.17)$$

$$\hat{B}_{k,i}(t) = \{B_{k,i}(t) + B_{k,i+1}(t) + B_{k,i-n}(t) + B_{k,i-n+1}(t)\} / 4. \quad (3.18)$$

위의 식에서 Heaps(1972)는 Holsters(1962)에 의거하여, λ_k 값이 아주 커질 경우 Frictional damping term에서 계산의 불안정성(Computational instability)이 나타나는 것을 방지하기 위하여 아래와 같이 시간좌표상의 중간차분(Centered difference) 형태를 취



하였다. 즉,

$$\lambda_k A_{k,i}(t) \rightarrow \lambda_k \{A_{k,i}(t + \Delta t) + A_{k,i}(t)\} / 2, \quad (3.19)$$

$$\lambda_k B_{k,i}(t) \rightarrow \lambda_k \{B_{k,i}(t + \Delta t) + B_{k,i}(t)\} / 2. \quad (3.20)$$

수직좌표상의 유속성분은 식(2.37), (3.15), (3.16)을 이용하여 식 (2.28), (2.29)로부터 구한다.

$$u'(x, y, \zeta, t) = \sum_{k=1}^M A_k \left[\cos \alpha_k \zeta - \frac{h\beta_1}{N\alpha_k} \sin \alpha_k \zeta \right], \quad (3.21)$$

$$v'(x, y, \zeta, t) = \sum_{k=1}^M B_k \left[\cos \alpha_k \zeta - \frac{h\beta_1}{N\alpha_k} \sin \alpha_k \zeta \right]. \quad (3.22)$$

여기서, $\zeta = z/h$.

계산의 초기조건으로는 $t = 0$ 일때

$$A_{k,i} = B_{k,i} = 0 \quad (3.23)$$

를 준다.

4. 황해 동측 한반도 연안역에의 적용

개발된 모델의 반응을 테스트할 대상해역으로 황해 동측 한반도 연안역을 채택하였다. 이 지역은 불규칙한 안선, 산재하는 섬, 불규칙한 수심등을 보이고 있어 엄격한 모델 테스트의 기회를 제공해 준다. 아울러 급속한 연안 개발이 이루어지고 있어 조석체계 및 이상 조고에 대한 관심이 높은 지역이다. 모델실험의 외력조건으로는 NW의 바람이 10m/s(바람응력 : 0.16 N/m²)로 36 시간동안 지속되는 것으로 가정하였으며, 수식 와점성계수의 변화에 따른 해류순환 양상을 검토하기 위하여 수식 와점성계수가 0.1250m²/s (A), 0.1000m²/s (B)인 두 경우에 대해 모델실험을 실시하였다. 해저마찰응력의 계산에

서는 Linear friction law를 사용하고 마찰계수를 0.002로 전 영역에 걸쳐 동일하게 주었다. Eigenvalue 계산에서 $\beta_1 = 0.0$, $\beta_2 = 0.0002$ 로 하였다. 계산시간 간격은 External mode에서 300초, Internal mode에서 1,200초로 하여 External mode 때 4 회 계산마다 1 회의 Internal mode 계산이 이루어지도록 하였다.

모델 영역의 남서부에 나타나는 외해 경계에서는 아래와 같이 Sommerfeld radiation condition을 사용하여 해수위를 구하였으며, 경계면의 유속은 Proudman radiation condition을 이용하여 계산하였다. 즉, 해수위 계산시에는 남측경계의 경우

$$\zeta_{i+n}(t + \Delta t) = \zeta_{i+n}(t) - C \frac{\zeta_{i+n}(t) - \zeta_i(t)}{\Delta y}, \quad (4.1)$$

$$C_o = - \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{\zeta_i(t + \Delta t) - \zeta_i(t)}{\zeta_i(t) - \zeta_{i-n}(t)}, \quad (4.2)$$

$$C = 0, \quad \text{if } C_o \leq 0, \quad (4.3)$$

$$C = \frac{\Delta y}{\Delta t}, \quad \text{if } 0 \geq \frac{\Delta y}{\Delta t}, \quad (4.4)$$

$$C = C_o, \quad \text{if } 0 \leq C_o \leq \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (4.5)$$

와 같은 식을 사용하였다. 마찬가지로 서측 경계의 경우에는 다음식을 사용하였다.

$$\zeta_{i+n}(t + \Delta t) = \zeta_{i+n}(t) - C \frac{\zeta_{i+n}(t) - \zeta_i(t)}{\Delta y}, \quad (4.6)$$

$$C_o = - \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{\zeta_i(t + \Delta t) - \zeta_i(t)}{\zeta_i(t) - \zeta_{i-n}(t)}, \quad (4.7)$$

$$C = 0, \quad \text{if } C_o \leq 0, \quad (4.8)$$

$$C = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad \text{if } 0 \geq \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (4.9)$$

$$C = C_0, \quad \text{if } 0 \leq C_0 \leq \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (4.10)$$

경계면 유속의 계산시에는 External mode 의 경우, 남측경계에서

$$\bar{v}_i(t + \Delta t) = \left[\frac{g}{H} \right]^{1/2} \{ \zeta_i(t + \Delta t) + \zeta_{i+n}(t + \Delta t) \} / 2. \quad (4.11)$$

서측 경계에서,

$$\bar{u}_i(t + \Delta t) = - \left[\frac{g}{H} \right]^{1/2} \{ \zeta_i(t + \Delta t) + \zeta_{i+n}(t + \Delta t) \} / 2 \quad (4.12)$$

와 같이 유속을 계산하였으며, Internal mode의 경우에는 기존의 연구에서의 마찬가지로 하여 외해 경계에는 수심변이 유속이 0인 것으로 가정하였다.

$$A_{k,i}(t + \Delta t) = B_{k,i}(t + \Delta t) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, M \quad (4.13)$$

복서풍이 36시간 동안 지속된 후의 해수면, 그리고 수심 평균유속 및 표층, 중층, 하층 유속분포를 (A)의 경우 그림 4.1-4.5에, (B)의 경우 그림 4.6-4.10에 제시하였다. 해수면 상승이 발생하는 해역은 군산을 포함하는 모델 하반부 해역과 아산만 일부이며 그 외의 지역에서는 해수면 강하가 일어나고 있다. 해수면 강하가 가장 심하게 일어나는 해역은 경기만 북부이다. 난류확산계수가 작은 경우 안선측에 강한 유속이 형성되면서 안선을 따라 해수면 강하선이 상당거리 남하한다. 반면 외해측에는 상대적으로 크기는 약하나 뚜렷한 역류가 형성되면서 해수면 강하선이 북상한다. 난류확산계수가 큰 경우 등해수위 변위선은 매우 단조로운 형태를 보인다.

복서풍에 의해 해수이동이 시작되면 안선에서 해수면 상승이 일어나게 되는데 대기압 변화가 고려되지 않은 관계로 실제 자연현상에서 같은 크기의 바람이 불때 나타나는 해수면 상승값보다는 적게 계산되고 있다.

그림 4.3은 그림 4.에 표시된 정점에서 (A)의 경우에 계산된 연직유속분포이며, 그림 4.은 (B)의 경우에 계산된 연직 유속분포이다. 두 그림을 비교해 보면, (A)에 비해

(B)의 경우, 표층에서 유속의 Shear가 작게 나타나며, 표층유속과 저층유속의 차이가 적다.

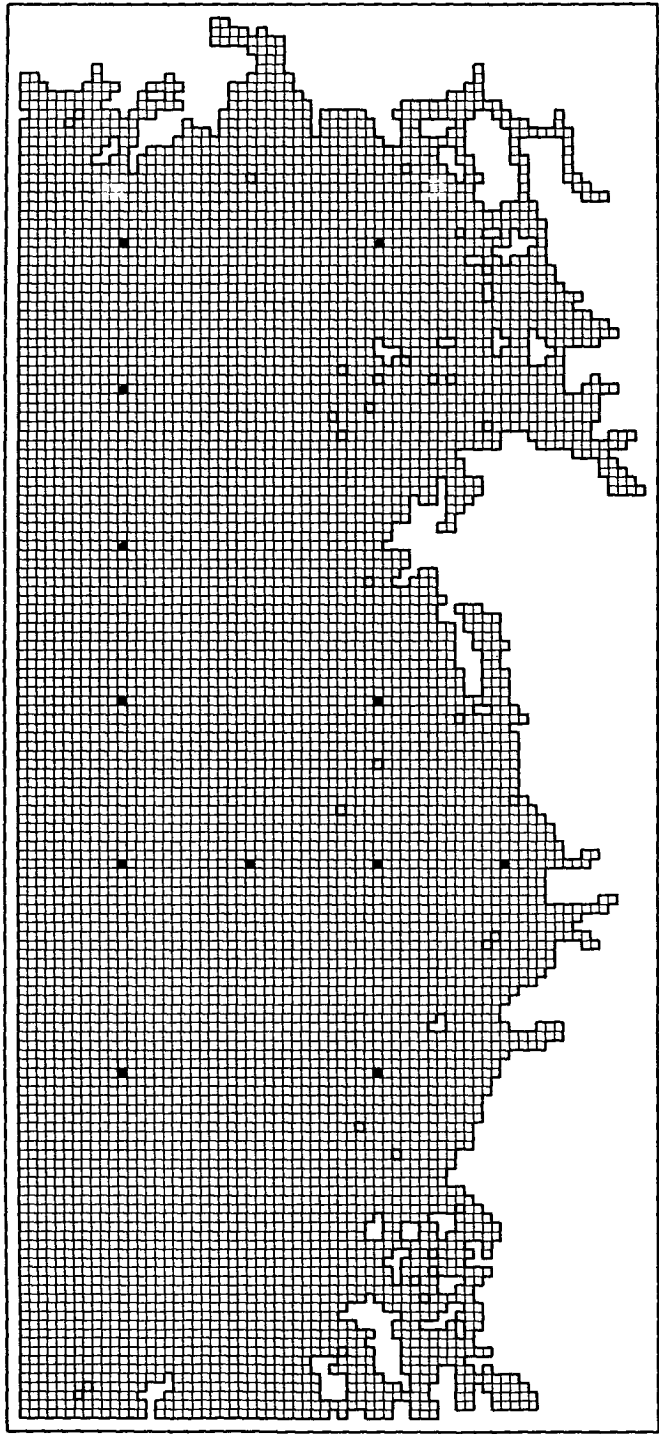
5. 결론 및 토의

본 연구에서는 난류확산계수가 연직유속분포 결정에서 담당하는 역할에 대해 고찰하였다. 대상해역은 비선형효과가(전세계적으로 유례를 찾아보기 힘들 정도로) 우세한 지역으로(정, 1981) 잔여류 형성등을 규명하기 위해서는 비선형 이류항의 포함이 필요하다. 유속의 공간분포를 살펴보면 $N=0.125\text{m}^2/\text{s}$ 의 경우 바람에 의한 운동량이 표층에 포획된다. 그 결과 표층에서는 바람방향으로 유향이 형성되나 해저면에서는 등수심선을 따라 유향이 형성된다. $N=0.1\text{m}^2/\text{s}$ 의 경우 운동량이 표층에서 부터 충분히 확산되어 상,하층간의 유향 및 유속세기가 크게 다르지 않게 된다.

현재 이에 대한 연구가 진행되고 있으며 조만간 연구결과를 보고할 예정이다.

참고문헌

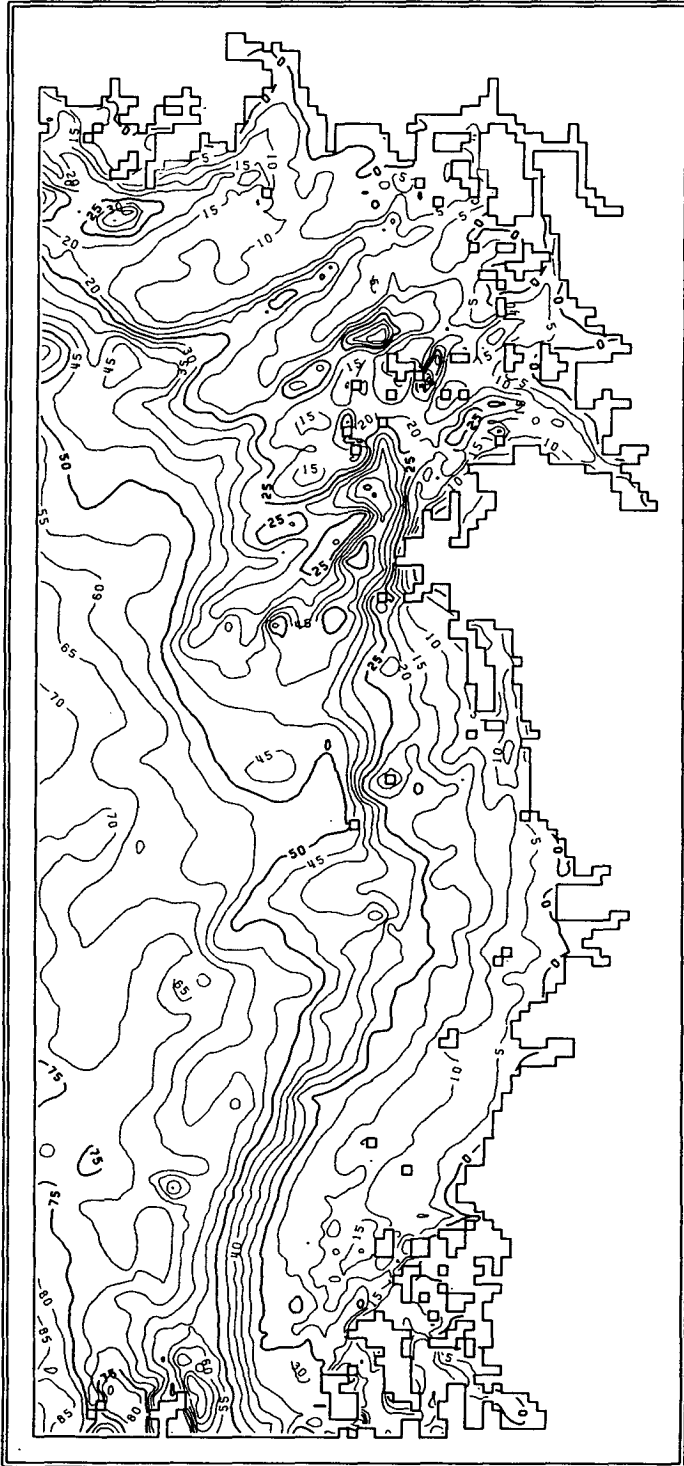
- 정경태, 1981. Responce기법에 의한 인천 천해조석 분석, Bulletin of KORDI, 3, 7-11.
- 한국해양연구소, 1992. 취송류 재현을 위한 등수심 3차원 모델 개발
- Davies, A. M., 1980. Application of numerical models to the computation of the wind-induced circulation of the North Sea during JONSDAP' 76 . "Meteor" Forsch-Ergebnisse, Reihe A, 22, 53-68.
- Heaps, N. S., 1972. On the numerical solution of the three-dimensional hydrodynamic equations for tide and storm surge. Memoires Societte Royale des Sciences de Liege, 6 serie, tome II, 143-180.
- Hilderbrand, F. B., 1965. Methods for applied mathematics, 2nd ed., Prentice-Hill Inc., Englewood Cliffs, N. J.



NX = 71 NY = 156 NIN = 7680

그림 1 모델 격자망

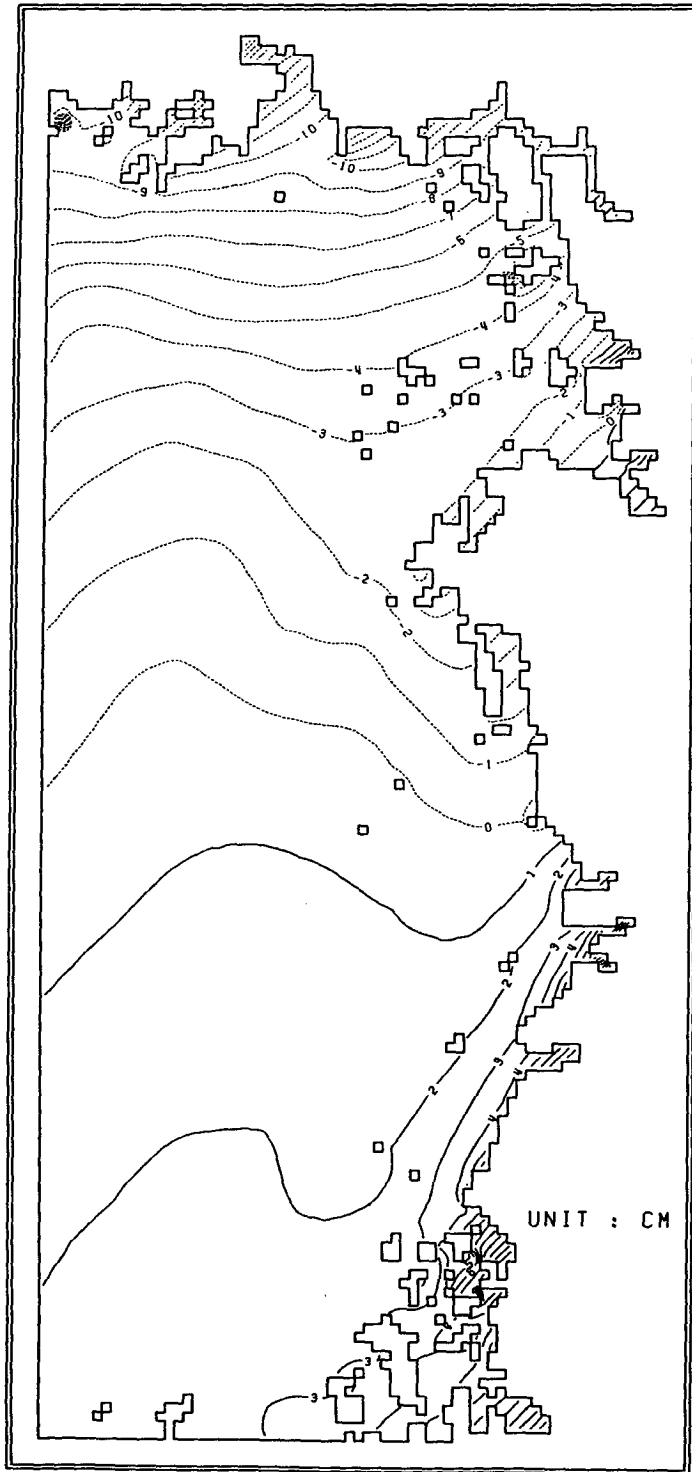
DEPTH CONTOUR OF WEST COAST



UNIT : M

그림 2 모델 수심도

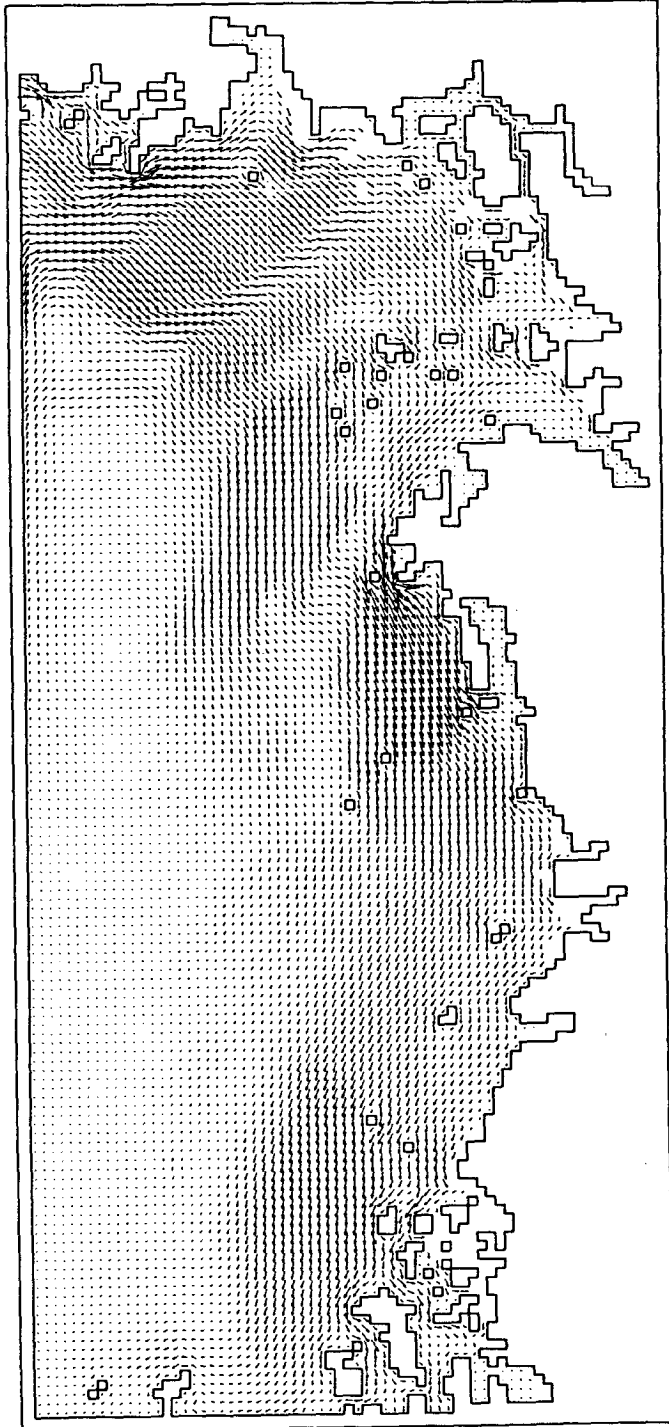
ELEVATION CONTOUR OF WEST COAST



LOOP = 3240

그림 3 36시간후의 해수위 변화패턴 ($N = 0.0125 \text{ m}^2/\text{s}$)

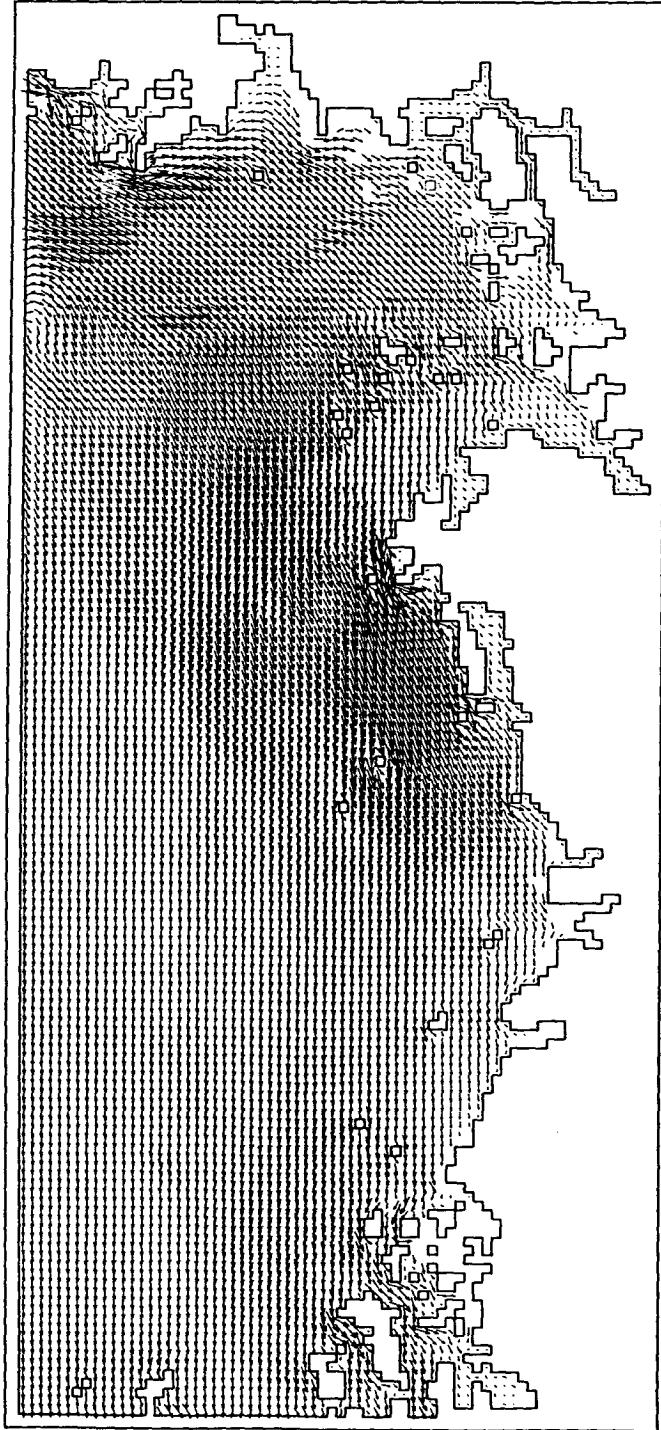
LOOP : 3240 DEPTH MEAN



→ : 0.20 M/S

그림 4 36시간후의 유속 변화패턴 ($N = 0.0125 \text{ m}^2/\text{s}$, 수심평균유속)

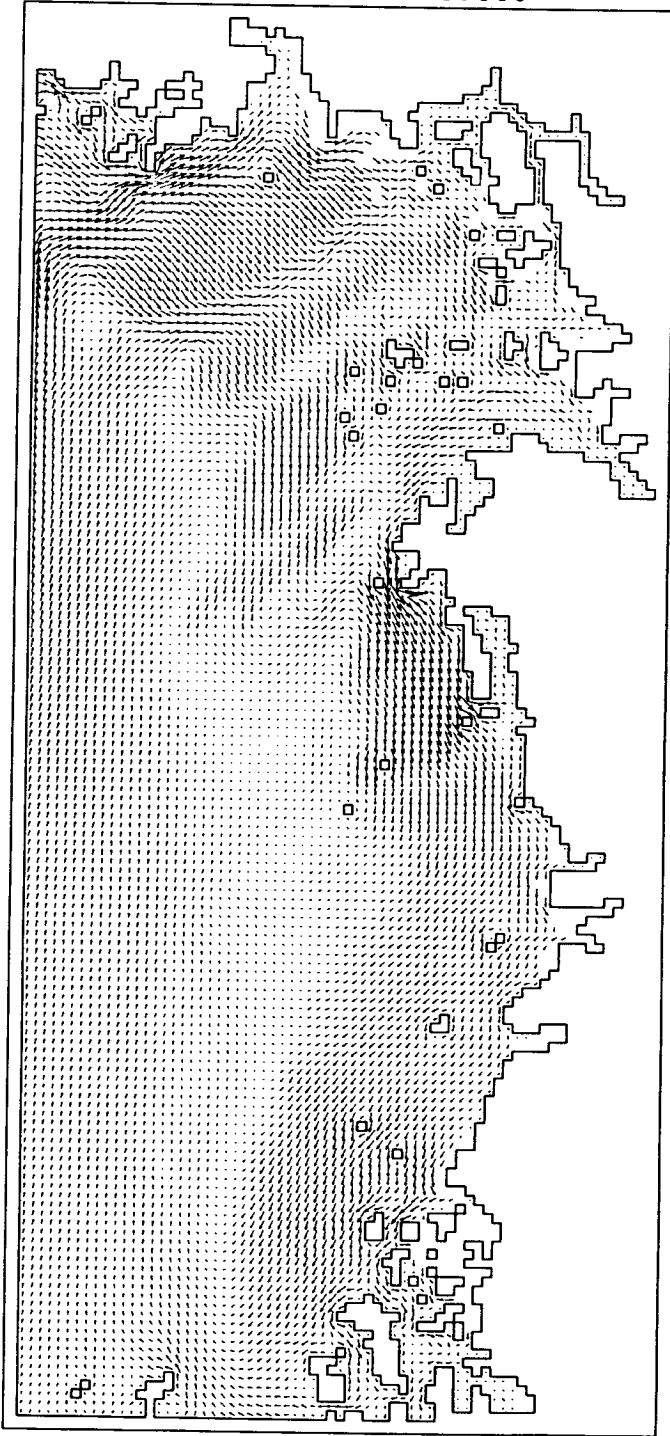
LOOP : 3240 ZT = 0.000



→ : 0.20 M/S

그림 5 36시간후의 유속 변화패턴 ($N = 0.0125 \text{ m}^2/\text{s}$, 표층유속)

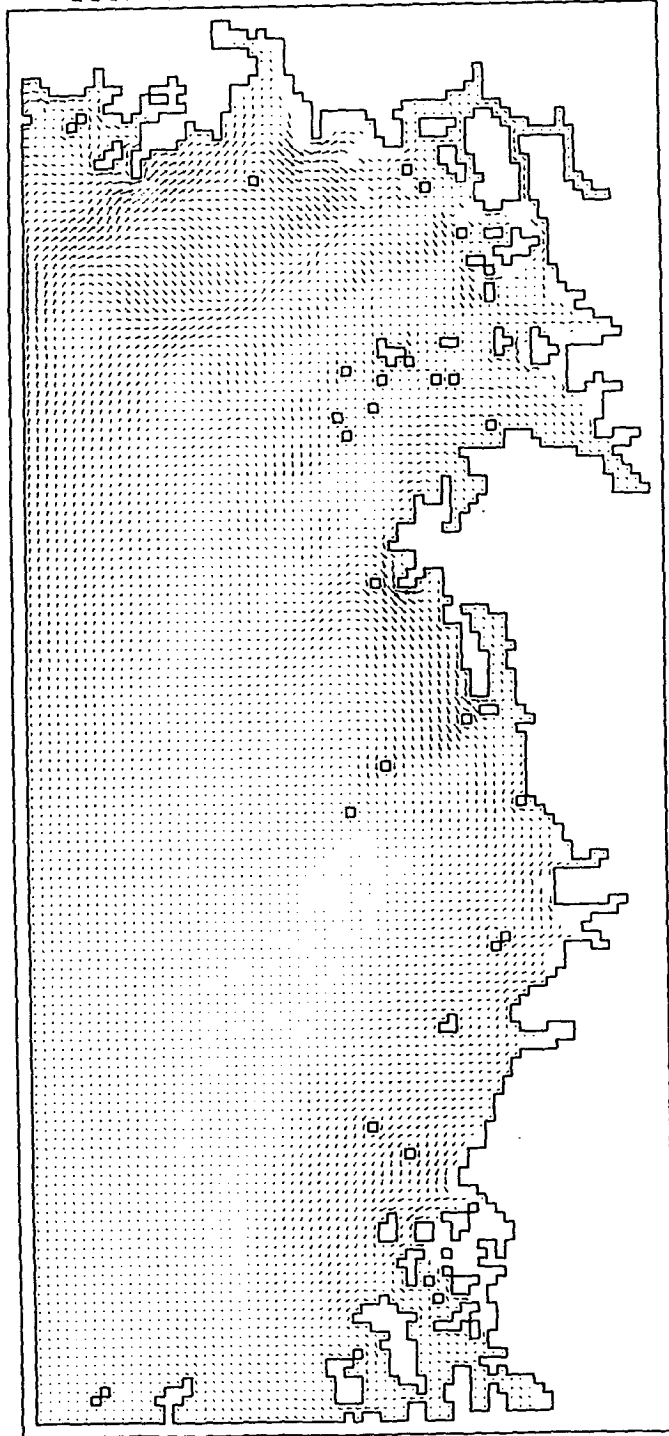
LOOP : 3240 ZT = 0.500



→ : 0.20 M/S

그림 6 36시간후의 유속 변화패턴 ($N = 0.0125 \text{ m}^2/\text{s}$, 중층유속)

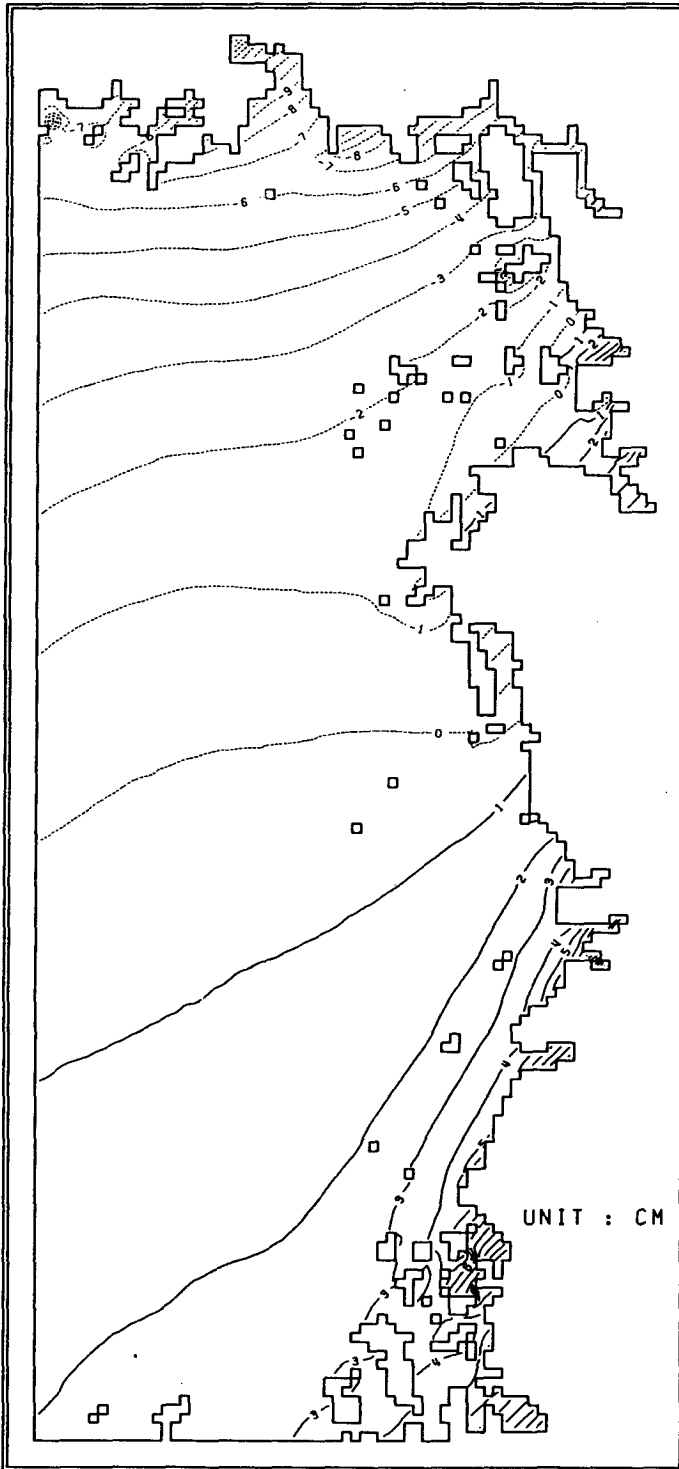
LOOP : 3240 ZT = 1.000



→ : 0.20 M/S

그림 7 36시간후의 유속 변화패턴 ($N = 0.0125 \text{ m}^2/\text{s}$, 저층유속)

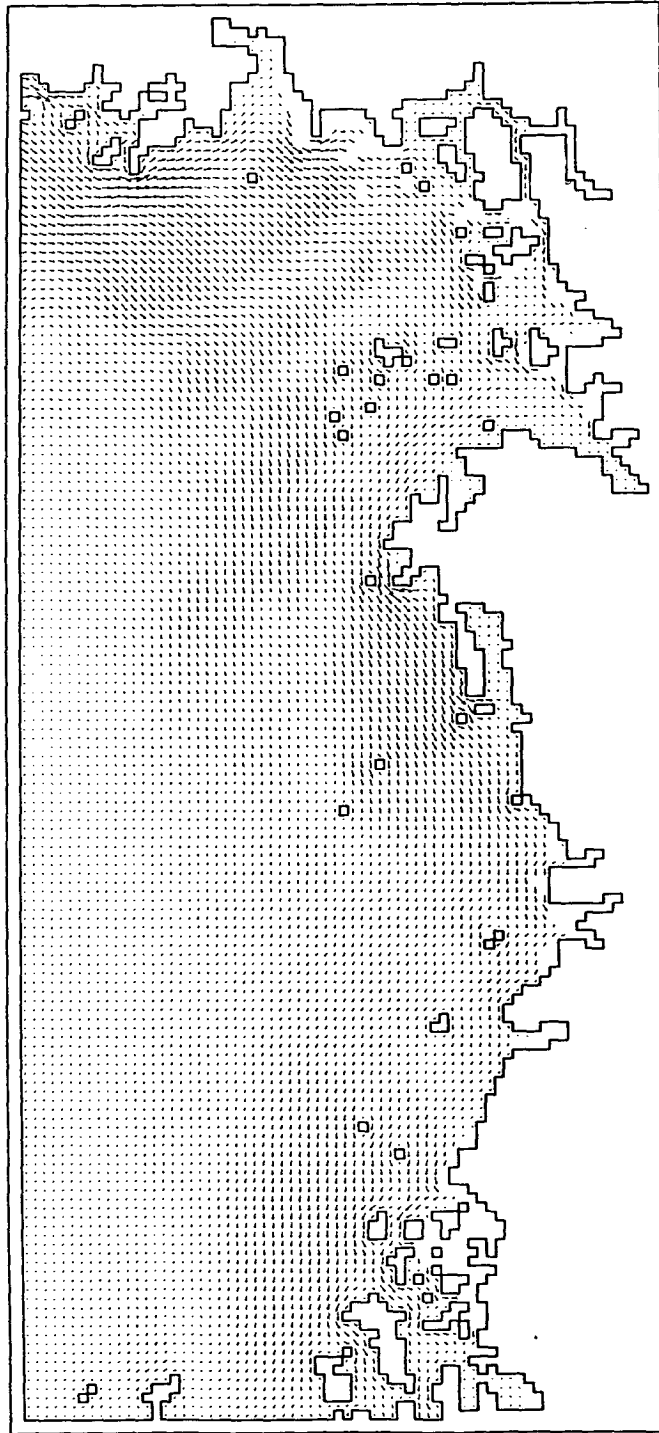
ELEVATION CONTOUR OF WEST COAST



LOOP = 3240

그림 8 36시간후의 해수위 변화패턴 ($N = 0.1000 \text{ m}^2/\text{s}$)

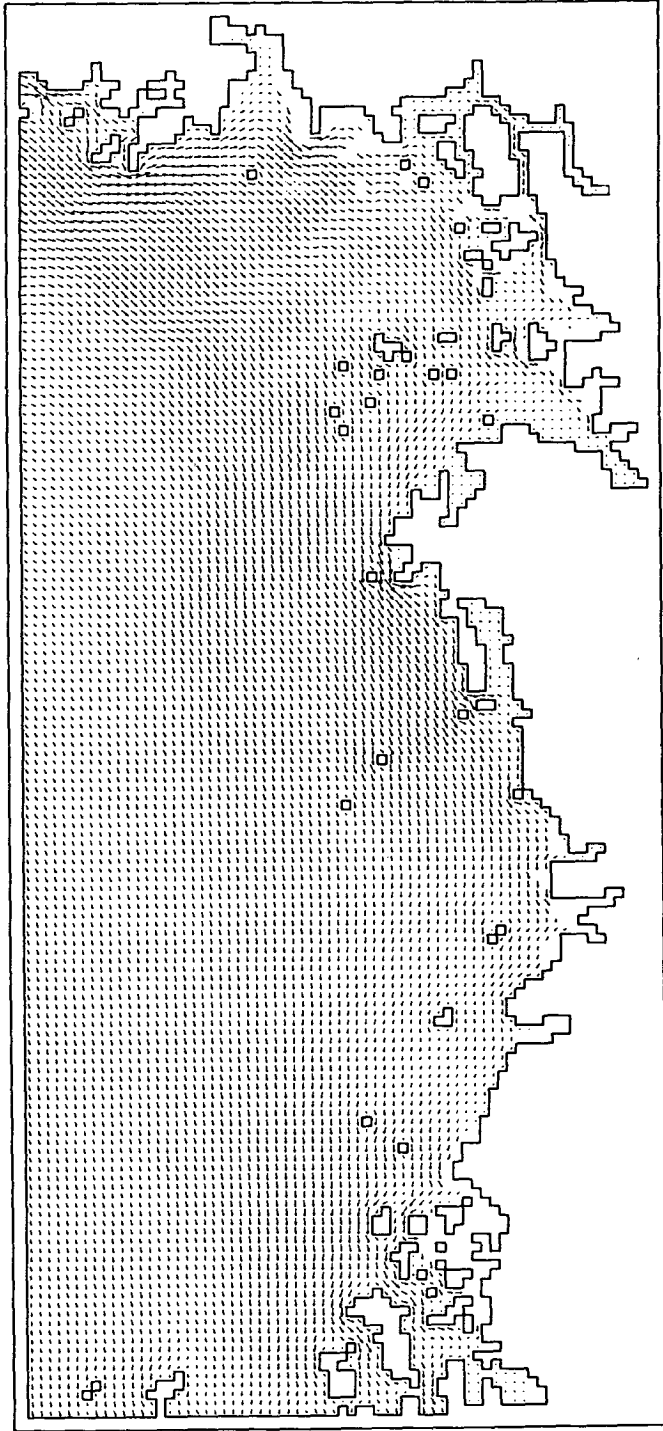
LOOP : 3240 DEPTH MEAN



→ : 0.20 M/S

그림 9 36시간후의 유속 변화패턴 (N = 0.1000 m²/s, 수심평균유속)

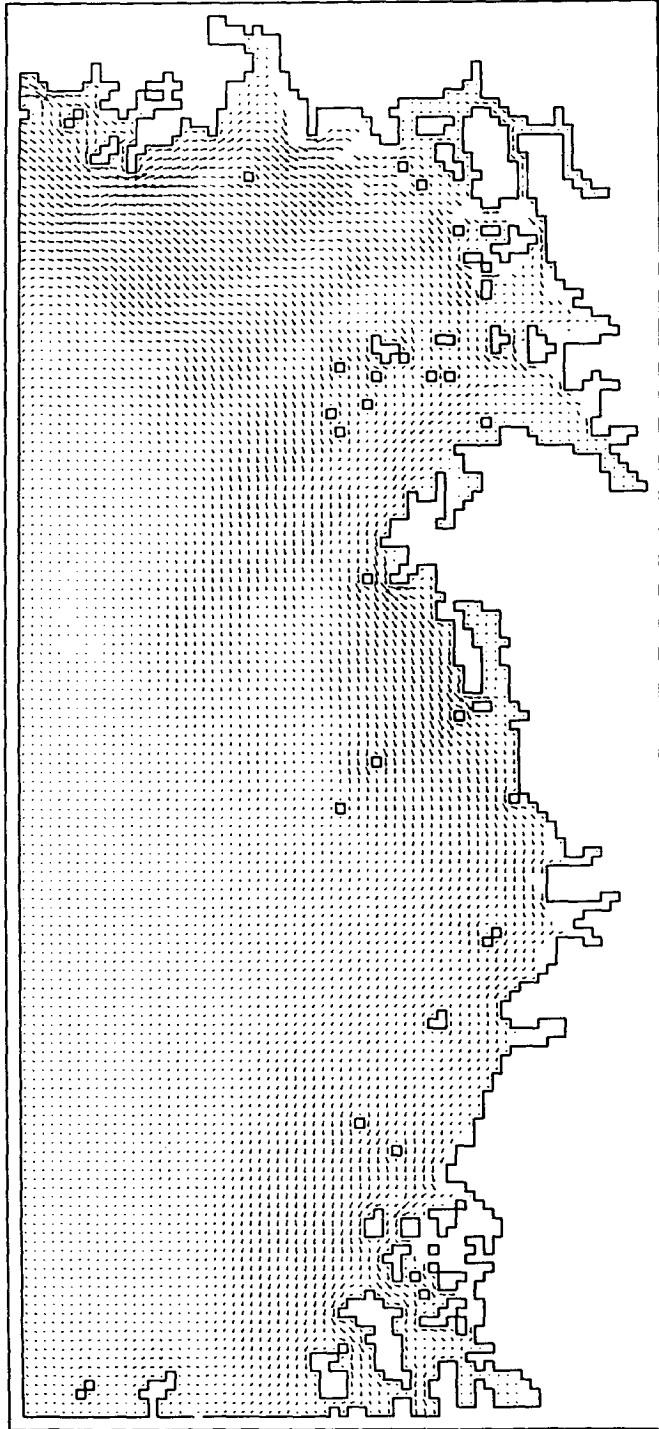
LOOP : 3240 ZT = 0.000



→ : 0.20 M/S

그림 10 36시간후의 유속 변화패턴 (N = 0.1000 m²/s, 표층유속)

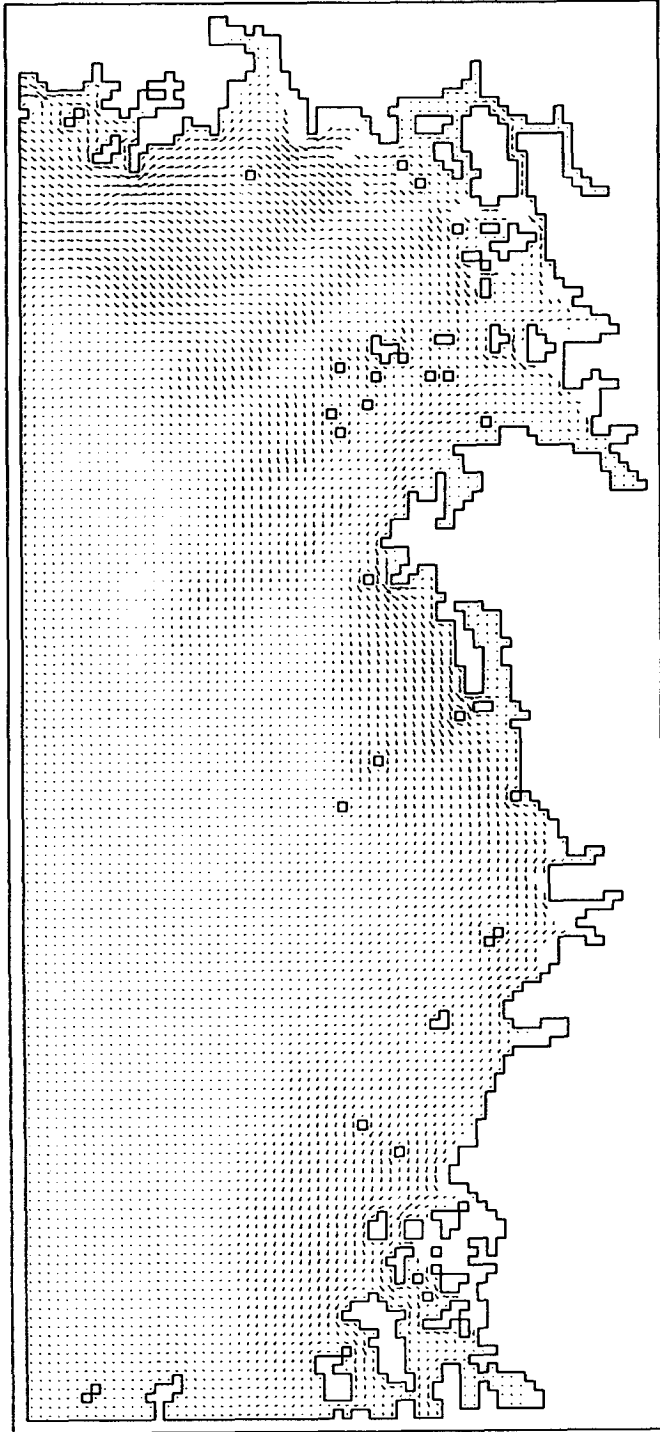
LOOP : 3240 ZT = 0.500



→ : 0.20 M/S

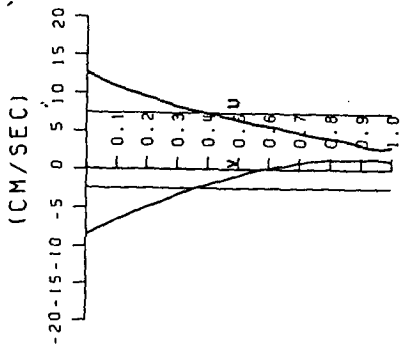
그림 11 36시간후의 유속 변화패턴 ($N = 0.1000 \text{ m}^2/\text{s}$, 중층유속)

LOOP : 3240. ZT = 1.000

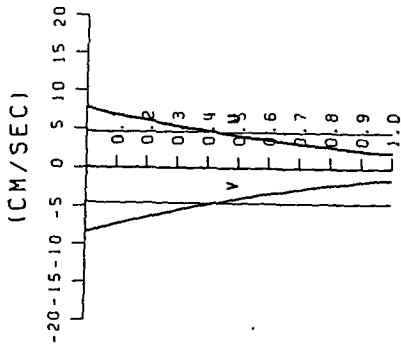


→ : 0.20 M/S

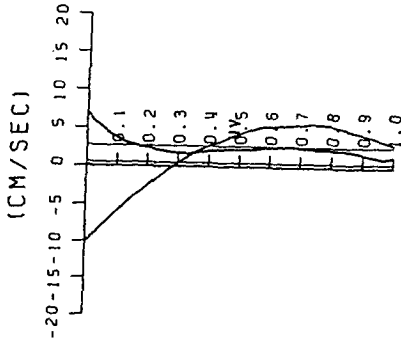
그림 12 36시간후의 유속 변화패턴 ($N = 0.1000 \text{ m}^2/\text{s}$, 저층유속)



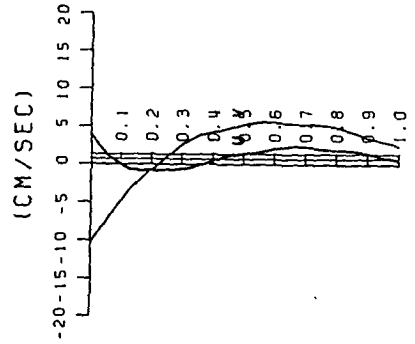
POINT 1788



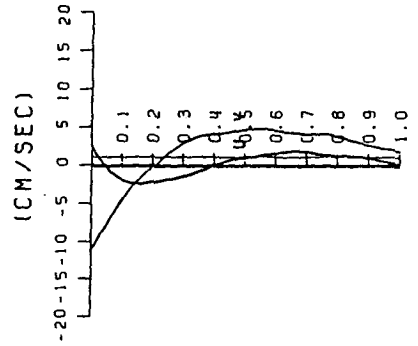
POINT 1816



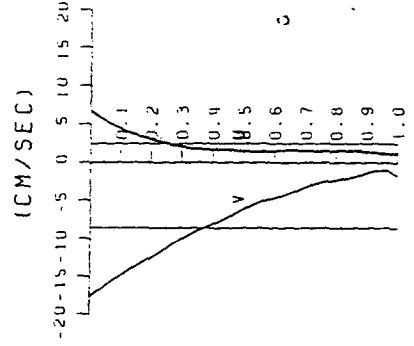
POINT 2917



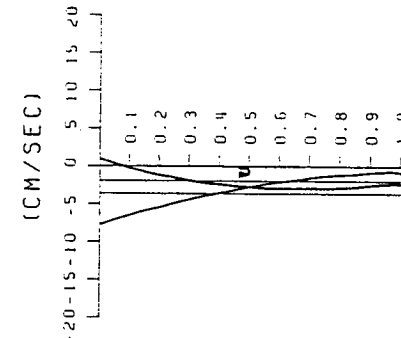
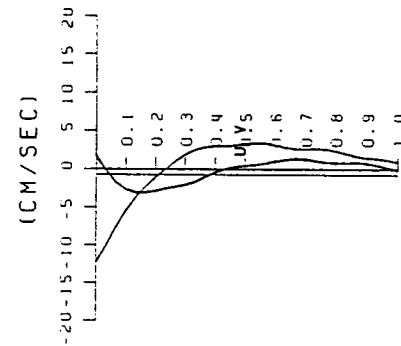
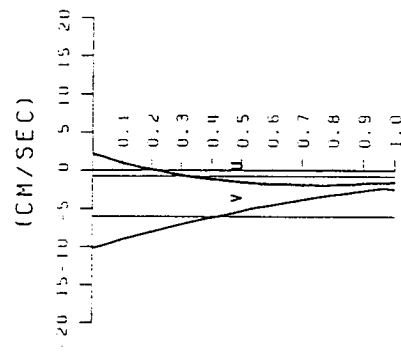
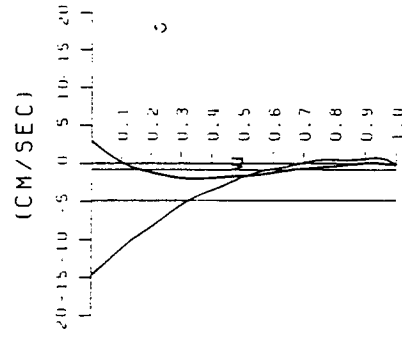
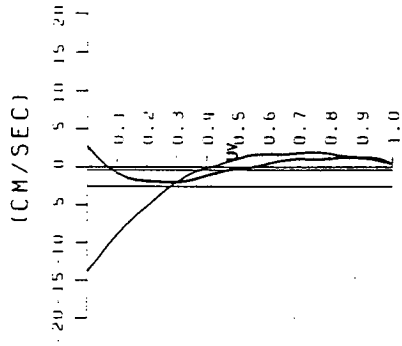
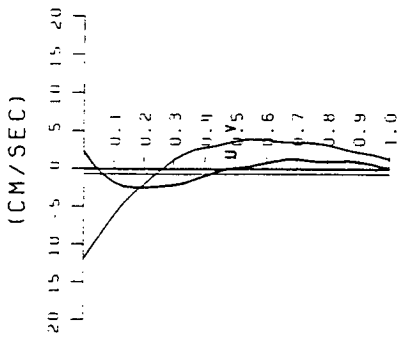
POINT 4124



POINT 5402



POINT 5437



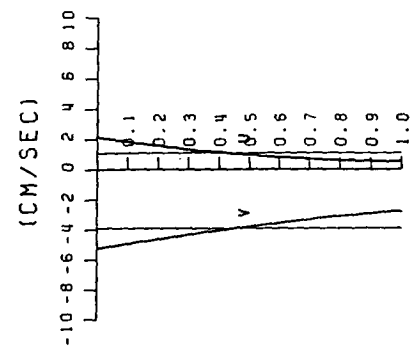
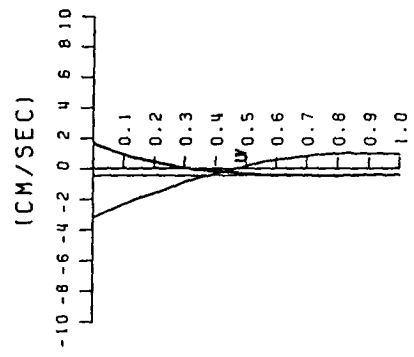
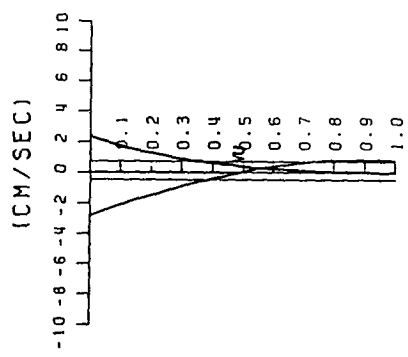
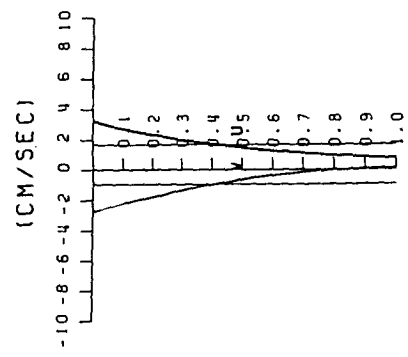
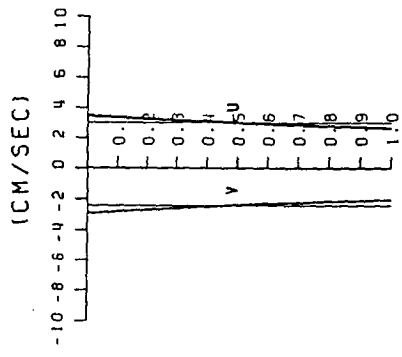
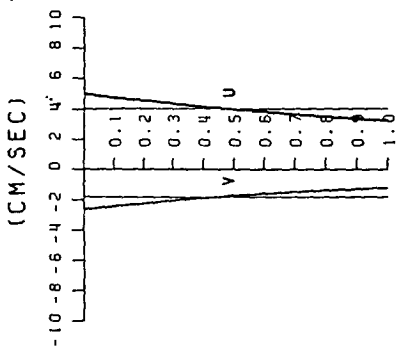


그림 14 정점별 유속 연직분포 비교 ($N = 0.1000 \text{ m}^2/\text{s}$)

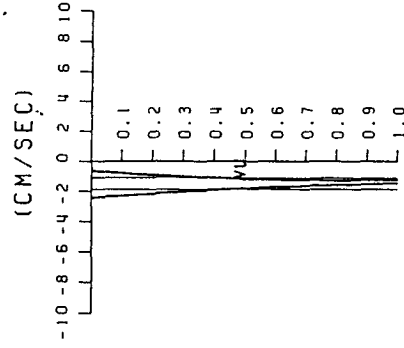
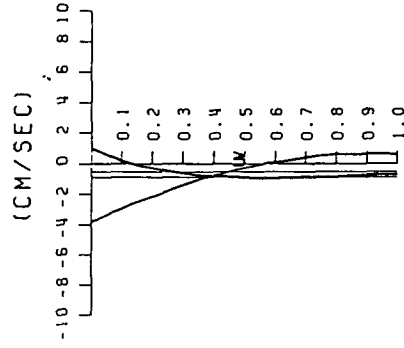
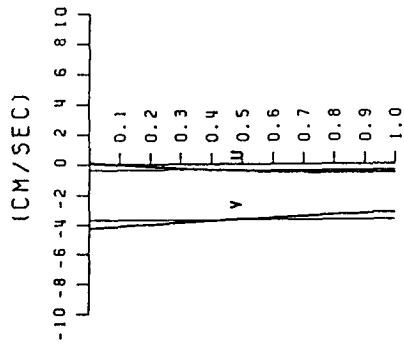
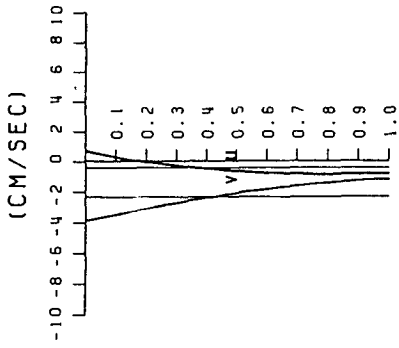
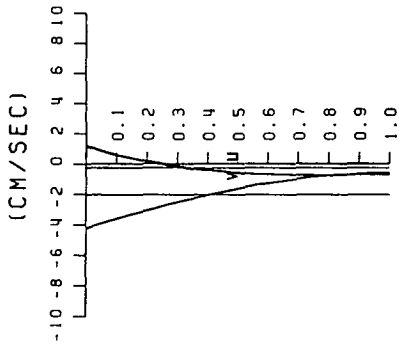
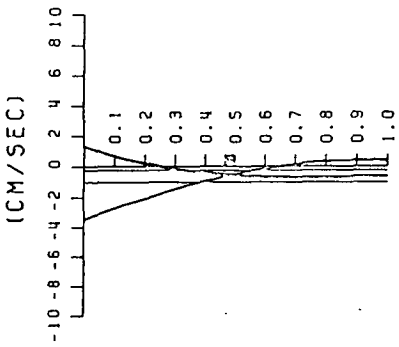


그림 14 계속

제 Ⅱ 편
(Part Ⅱ)

파랑류 연직분포 결정을 위한 Grid Box 모델 개발

1. 서 론

단순화된 자연해빈 주변 연안역의 해수순환 현상을 재현하고자하는 연구가 지난 20년 동안 광범위하게 진행되어 왔다. 이에 대한 관련문헌조사 및 평가가 Basco(1983) 및 Battjes(1988)에 의해 최근 수행된 바 있다. 이러한 대부분의 연구들이 수심적분(depth-integrated)된 형태이거나 수심평균(depth-averaged)된 형태의 방정식을 기초로 수행되었으며, 이는 수심에 따라 유속이 일정하다는 가정을 내포하고 있다. 때로는 해안류의 수심에 따른 유속분포가 개수로 정상류의 경우에 적용되는 로그함수적 분포를 갖는다는 가정하에 수행되기도 하였다.

최근 좀 더 이론적으로 접근한, 그리고 수치모형 실험을 통한 연구결과, 연안역에서의 향안류 또는 이안류에 대한 구조 및 해석방법에 많은 발전이 이루어졌다. 즉 수면부근에서는 해안을 향해 흐르나 해저면에서는 반대 방향(외해방향)으로 흐르는 흐름, 저층이안류(undertow)의 생성이유 및 발달과정 등을 이해할 수 있게 되었으며, 연안역 해저퇴적물 이동 분석시 수심평균된 이안류 등을 이용하는 것은 큰 오류를 범할 수 있으며, 3차원적 해석을 통해 보다 정확한 유속분포를 파악하는 것이 중요하다는 것이 입증되었다(De Vriend, 1986). 이에 따라 현재 연안역 해수순환 현상을 3차원적으로 해석, 재현하고자 하는 연구가 활발히 진행되고 있다. Stive and De Vriend(1987)은 흐름을 1차성분(primary component)와 2차성분(secondary component)로 나누어 해석하는 유사 3차원 수치모형(quasi-3D model)을 제시하였으며, Svendsen and Lorenz(1989)는 향안류 또는 이안류가 연안류에 의해 크게 영향을 받지 않는다는 가정하에 perturbation 전개법을 사용하여 연안류의 연직분포 등에 대한 식을 제시하였다. 그 후 De Vriend and Kitou(1990)는 3차원 정수역학적 평균류(hydrostatic mean flow) 수치모형에 파랑의 영향을 고려하는 수치모형을 수립하였다.

당실에서는 3차원 해저역학물 수치모형의 입력자료 제공 및 연안역 흐름의 3차원적 구조파악을 위해 De Vriend and Kitou(1990)와 비슷한 방법을 이용하여 3차원 연안역 해수유동 수치모형(3-dimensional Wave-Induced Nearshore Circulation Model, WINC3D)을 수립 중이다. 모델 유형으로는 비선형 효과가 우세하게 나타나는 점을 감안하여 3개년 계획으로 관련 비선형항을 모두 포함하는 Grid-box 모델 개발을 고려하고 있다. 제 1차년도 취송류 모델에 이어 금

년에는 파랑류에 대한 점모형(point model)을 수립한다. 모델 테스트로 두가지 연직좌표와 난류 모델 기법(0방정식, 1방정식 난류모델)에 대해 시험 계산을 실시하였다.

2. 파랑류 운동방정식 및 수치계산식

2.1 기본방정식

파랑과 흐름이 공존할 때 경계층의 두께 δ_{wc} 가 저면 유효 조도 보다는 크지만 수심에 비해 작은($\delta_{wc} \leq 1$, k 는 수면에서의 파수) 미소 진폭파이며 Stokes조건 $kA_0 \leq 1$, A_0 는 저면에서의 파랑에 의한 운동의 이동 진폭)을 만족시킨다고 가정하면 운동량 보존식에서 이류가속항을 무시하고 선형 운동량 보존식을 사용할 수 있다(Davies et al, 1988). 즉,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx}/\rho) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zy}/\rho) \quad (2.2)$$

여기서,

t : 시간

x, y : 평면상의 동향, 북향 직교좌표

u, v : 수심 z 에서의 x, y 방향 유속성분

ρ : 밀도

p : 외부에서 가해지는 압력

τ_{zx}, τ_{zy} : x, y 방향 전단응력

수평전단응력을 와점성계수를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\tau_{zx}/\rho = N \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.3)$$

$$\tau_{xz}/\rho = N \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.4)$$

여기서 N 은 연직방향 운동량 확산계수이다.

압력경사항은 파랑운동을 일으키는 외력으로 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dU_x}{dt}, \quad U_x = U_o \sin \phi \cos(\sigma t) \quad (2.5)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dU_y}{dt}, \quad U_y = U_o \sin \phi \cos(\sigma t) \quad (2.6)$$

여기서 U_o 는 회귀운동의 진폭 A_o (Excursion Amplitude)와 $U_o = A_o \gamma$ 의 관계를 가지며, σ 는 각속도, p 는 기지값으로 주어지는 압력, ϕ 는 파랑 진행 방향이 y 축과 이루는 각도이다.

경계조건으로 해수면에서는 작용용력이 없다는 조건, 즉

$$N \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad N \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

그리고 해저면에서는 no-slip조건을 이용한다.

$$u = 0, \quad v = 0, \quad \text{at } z = z_0 \quad (2.8)$$

여기서 z_0 는 조도 계수이다.

2.2 변환된 기본방정식

일반적으로 대상해역의 수심이 공간적으로 일정치 않기 때문에 모든 수평격자점에서 동일한 연직방향 격자수를 갖기 위해서는 연직좌표 변환이 필요하다. 나아가 해저면 근처에서의 유속분포가 중요하므로 이 영역에 대한 향상된 분해능이 필요하다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{N}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{N}{\alpha} \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) \quad (2.10)$$

여기서,

$$\sigma = z_0 x e^{\alpha z}, \quad x = \ln(z/z_0) \quad (2.11)$$

또한, 해수면에서의 경계조건을 σ -좌표계로 변환하면, 식(2.7)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\left(N \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)_{\sigma=0} = 0, \quad \left(N \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)_{\sigma=1} = 0 \quad (2.12)$$

No-slip 조건은 다음과 같다.

$$u = v = 0 \quad \text{at } \sigma = 0 \quad (2.13)$$

2.3 유한차분식

이상의 기본방정식과 경계조건을 이용하여 음해법인 Crank-Nicolson 유한차분법을 연직방향 Staggered 격자에 대해 적용하면 각각 다음의 유한차분식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} & (U_k^{t+\Delta t} - U_k^t) / \Delta t \\ &= \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{t+\theta_1 \Delta t} + \frac{\theta_1 \bar{W}_k}{\Delta \sigma^2} \{ \varepsilon_{k+1}^t W_{k+1} \delta U_{k+1}^{t+\Delta t} - \varepsilon_k^t W_k \delta U_k^{t+\Delta t} \} \\ & \quad + \frac{\theta_2 \bar{W}_k}{\Delta \sigma^2} \{ \varepsilon_{k+1}^t W_{k+1} \delta U_{k+1}^t - \varepsilon_k^t W_k \delta U_k^t \} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} & (V_k^{t+\Delta t} - V_k^t) / \Delta t \\ &= \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right)^{t+\theta_1 \Delta t} + \frac{\theta_1 \bar{W}_k}{\Delta \sigma^2} \{ \varepsilon_{k+1}^t W_{k+1} \delta V_{k+1}^{t+\Delta t} - \varepsilon_k^t \bar{W}_k \delta V_k^{t+\Delta t} \} \\ & \quad + \frac{\theta_2 \bar{W}_k}{\Delta \sigma^2} \{ \varepsilon_{k+1}^t W_{k+1} \delta V_{k+1}^t - \varepsilon_k^t \bar{W}_k \delta V_k^t \} \end{aligned} \quad (2.15)$$

여기서, 아래첨자 k 는 변수가 정의되는 연직층, 윗첨자 $t, t+\Delta t$ 는 계산시간이다. 그리고

$\Delta\sigma$: 연직격자간격

Δt : 계산시간간격

$$\delta U_k : \text{층간유속차} (= U_k - U_{k-1}) \quad (2.16)$$

$$W_k : \text{상수} (= 1/\alpha) \quad (2.17)$$

$$\overline{W}_k : \text{상수} (= 1/\alpha) \quad (2.18)$$

이다.

시간가중치 θ_1 은 $0 \leq \theta_1 \leq 1$ 의 값을 가지며, $\theta_2 = 1 - \theta_1$ 으로 Crank-Nicolson기법에서 $\theta_1 = 0.5$ 이면 time-centered된 형태가 된다. $\theta_1 = 0$ 이면 양해 유한차분식이 되며, 전단응력이 큰 해저면에서 적당한 분해능을 얻기 위해서는 0.005m 정도의 연직 격자 간격이 필요하다. 이때 $\varepsilon = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ 라면 수치적으로 안정된 해를 구하기 위해서는 0.0025초 정도의 계산 시간 간격이 요구된다. θ_1 이 0이 아닌 경우, 음해 차분식이 되면서($\theta_1 = 1$ 이면 완전 음해법, $\theta_1 = 0.5$ 이면 반음해법이 된다) 수치적으로 무조건적인 안정을 얻을 수 있다. 이때 한 행에 대각선 방향으로 세개의 요소를 갖춘 행렬식을 얻게 된다. 즉, 식(2.14)의 경우 구성되는 연립방정식은 다음과 같다.

$$A_k^{n+1} U_{k+1}^{n+1} + B_k^{n+1} U_k^{n+1} + C_k^{n+1} U_{k-1}^{n+1} = D_k^n, \quad k = 1, \dots, m \quad (2.19)$$

여기서 A_k^{n+1} , B_k^{n+1} , C_k^{n+1} , D_k^{n+1} 은 기지의 값으로 Thomas algorithm으로 해석된다.

$$A_k = -\alpha \varepsilon_{k+1}^i W_{k+1} \quad (2.20)$$

$$B_k = 1 + \alpha \varepsilon_{k+1}^i W_{k+1} + \alpha \varepsilon_k^i W_k \quad (2.21)$$

$$C_k = -\alpha \varepsilon_k^i W_k \quad (2.22)$$

$$D_k = -U_k^i + \Delta t \cdot \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{i+\theta_1 \Delta t} + \beta \cdot \{ \varepsilon_{k+1}^i W_{k+1} (U_{k+1}^i - U_k^i) - \varepsilon_k^i W_k (U_k^i - U_{k-1}^i) \} \quad (2.23)$$

여기서,

$$\alpha = \frac{\Delta t}{\Delta \sigma^2} \cdot \theta_1 \overline{W}_k, \quad \beta = \frac{\Delta t}{\Delta \sigma^2} \cdot \theta_2 \overline{W}_k \quad (2.24)$$

y방향 운동방정식도는 유사한 방법으로 정의되며 편의상 생략한다.

해수면 경계조건은 다음과 같이 정의함으로써 고려된다.

$$U_{m+1} = U_m \quad (2.25)$$

그리고 해저면에서

$$U_2 = 0 \quad (2.26)$$

로 고정된다.

3. 난류모델 및 수치계산식

3.1 0-방정식(0-equation) 난류모델

0-방정식 난류모델은 난류 확산계수 개념에 근거하며 시간 평균유속, 시간 평균농도 분포 결정에만 미분방정식이 사용되며 난류시스템에 대한 미분방정식은 사용하지 않는다. 주로 해저면 마찰력에 의해 난류혼합이 일어나는 것으로 가정하고 마찰유속과 평균유속간의 선형관계를 가정한다.

천해역에서 사용되는 표현은 실로 다양하나 다음 두가지가 고려된다.

○Bowden et al(1959)

$$N_1 = 0.0025 h |U| \quad , \quad h_1 \leq z \leq h \quad (3.1)$$

$$N_0 = k_0 u_* z_0 \quad , \quad 0 \leq z \leq h_1 \quad (3.2)$$

여기서

N_1 : 해저경계층 상부의 난류 확산계수

N_0 : 해저경계면내 난류 확산계수

U : 경계층 상부의 조류속

h_1 : 해저경계층 두께 (~ 0.1 h 또는 0.2 h)

k_0 : von Karman 계수 (= 0.4)

u_* : 해저마찰 유속($\sim 2 - 4$ cm/s)

z_0 : 조도계수 (0.01 - 0.001 m)

○Davies and Furnes(1980)

$$N_1 = kU^2/\sigma \quad (3.3)$$

여기서 $k = 2.0 \times 10^{-5}$, $\sigma = 10^{-4} s^{-1}$ 이다.

3.2 1-방정식(one-equation) 난류모델

1-방정식 난류모델 역시 난류확산 계수 개념에 근거한다. 난류에너지 결정에 미분방정식이 도입된다.

$$\frac{\partial K}{\partial t} = N \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial K}{\partial z} \right) - \varepsilon \quad (3.4)$$

여기서, K : 난류에너지

N : 난류확산계수

ε : 난류에너지 감쇄율

σ_k : 난류 Prandtl 수

파랑류에서 난류에너지에 대한 해수표면, 해저면 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{dK}{dz} \Big|_{z=h} = 0, \quad \frac{dK}{dz} \Big|_{z=z_0} = 0 \quad (3.5)$$

유속, 난류에너지, 확산계수 및 혼합길이 분포외에 모델계산으로 얻어지는 정보로 임의의 연직 위치에서의 전단력은 다음과 같이 계산된다.

$$\tau_x = \rho N \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \tau_y = \rho N \frac{\partial v}{\partial z} \quad (3.6)$$

식 (3.3)에서 난류에너지 감쇄율은 K 와 l 로써 정의된다. 즉,

$$\varepsilon = C_D K^{3/2} / l \quad (3.7)$$

난류확산계수는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} N &= C'_N K^2 / \varepsilon \\ &= C'_N K^2 l / (C_D K^{3/2}) \\ &= C_N K^{1/2} l \end{aligned} \quad (3.8)$$

상수 C_D , C_N , $1/\sigma_k$ 값들은 다양한 방법으로 정의된다.

○ Vager 와 Kagan (1969)

$$\frac{1}{\sigma_k} = \beta = 0.7 \quad (3.9)$$

○ Mofjeld 와 Lavelle (1984)

$$C_N = (C'_N / C_D) = C^{1/4} = (0.046)^{1/4} = 0.463 \quad (3.10)$$

$$C_D = (C'_N / C_D)^3 = C^{3/4} = (0.046)^{3/4} = 0.099 \quad (3.11)$$

$$C_N = (C'_N / C_D) = (15)^{-1/3} = 0.4055 \quad (3.12)$$

○ Launder 와 Spalding (1972)

$$\sigma_k = 1.0 \quad (3.13)$$

$$C_D = 0.08 (C_N C_D = 0.08)$$

혼합거리 l 에 대한 준경험적 표현은 다음과 같다.

○ 가장 간단한 표현은 해저면으로 부터의 높이에 따라 선형적으로 혼합거리가 증가한다는 개념이다. 즉,

$$l = k(z_o + z) \quad (3.14)$$

여기서, $k=0.4$, z_0 는 roughness height이다.

○ Vager and Kagan (1969) :

$$l = kK^{1/2} \left(\int_{z_0}^z + z_0 K_0^{-1/2} \right) \quad (3.15)$$

여기서 K_0 는 해저면에서의 난류에너지이다. 이 표현은 (3.13)과는 달리 혼합거리가 수주내 난류에너지 강도에 따라 결정된다.

○ Blackadar (1962) :

$$l = \frac{kz}{1 + kz/l_0} \quad (3.16)$$

여기서,

$$l_0 = \gamma \int_{z_0}^h K^{1/2} dz / \int_{z_0}^h K^{1/2} dz \quad (3.17)$$

그리고 γ 는 상수로 0.1-0.4의 값을 갖는다.

3.3 변환된 난류방정식 및 유한차분식

운동방정식의 경우와 마찬가지로 식(3.3)을 Log변환하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{N}{x^2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)^2 \right] + \frac{1}{\sigma_k} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{N}{x} \frac{\partial K}{\partial \sigma} \right) - \varepsilon \quad (3.18)$$

변환된 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial K}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} = 0, \quad \frac{\partial K}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = 0 \quad (3.19)$$

운동방정식의 경우와 마찬가지로 음해법인 Crank-Nicolson 유한 차분법을 연직방향 staggered 격자에 대해 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{K_k^{n+1} - K_k^n}{\Delta t} &= N_k^n W_k^2 \left\{ (\gamma_1 \delta u_k^{n+1} + \gamma_2 \delta u_k^n)^2 + (\gamma_1 \delta v_k^{n+1} + \gamma_2 \delta v_k^n)^2 \right\} / \Delta \sigma^2 \\
&+ \theta_1 \frac{1}{\sigma_k} W_k \frac{1}{\Delta \sigma^2} \left\{ \bar{W}_k \cdot \frac{N_{k+1}^n + N_k^n}{2} \cdot \delta K_k^{n+1} - \bar{W}_{k-1} \cdot \frac{N_k^n + N_{k-1}^n}{2} \cdot \delta K_k^{n+1} \right\} \\
&+ \theta_2 \frac{1}{\sigma_k} W_k \frac{1}{\Delta \sigma^2} \left\{ \bar{W}_k \cdot \frac{N_{k+1}^n + N_k^n}{2} \cdot \delta K_k^n - \bar{W}_{k-1} \cdot \frac{N_k^n + N_{k-1}^n}{2} \cdot \delta K_{k-1}^n \right\}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

여기서,

$$\delta K_k = K_{k+1} - K_k \tag{3.21}$$

상수 γ_1, γ_2 는 다음의 관계를 가진다.

$$\gamma_2 = 1 - \gamma_1 \tag{3.22}$$

$$0 \leq \gamma_1 \leq 1$$

감쇄율계수는 다음 세가지 경우가 검토된다.

$$\varepsilon = C_D K_k^{1+\alpha} (K_k^i)^{1/2} / (I_k^i) \tag{3.23}$$

$$\varepsilon = C_D C_N (K_k^{1+\alpha}) (K_k^i) / (N_k^i) \tag{3.24}$$

$$\varepsilon = C_D C_N \{ 2K_k^{1+\alpha} K_k^i - (K_k^i)^2 \} / (N_{k-1}^i) \tag{3.25}$$

4. 모델 계산

이상과 같이 수립된 수치모형을 이용하여 주기 8초인 파랑이 10m의 수심에 전파했을 경우에 대해 수반되는 유속과 전단응력을 계산하였다. 연직방향격자수는 50개로 하였으며, 로그- 및 로그-선형 변환 σ -좌표계상에서 실시하였다. 조도계수 $z_0 = 0.001 m$, $z_s = 2.0 m$ 를 사용하였으며, 시간 중분 $\Delta t = 0.05$ 초로, $\theta_1 = 0.5$ 로 90,000회 반복계산을 하였다. 이때 와점성 계수는 해저면의 $0.005 m^2/s$ 에서 수심 2m의 $0.1 m^2/s$ 까지 선형적으로 증가하며, 그 이상의

수심에서는 일정한 값 $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ 를 갖는 것으로 가정하였다.

계산 초기 조건으로서 유속은 0 으로 주어지나 난류확산계수, 난류에너지, 혼합길이등은 10^{-6} 크기의 작은 값으로 가정되었다. 0-, 1- 방정식 난류모델에 대해 대수 및 대수-선형 변환좌표를 이용하여 계산한 결과를 그림 1 - 10으로 도시하였다. 각 그림은 1파랑주기 동안 0.8초간격으로 계산된 수심에 따른 연직분포이다. 짧은 주기의 파랑류에 의해 형성되는 해저 경계층의 두께는 조류에 상대적으로 매우 작다. 따라서 이상의 그림에서 보는 바와 같이 선형변환 좌표계의 경우 해저면 부근의 분해능이 떨어져 그 부근의 변화를 자세히 볼 수 없는 반면, 대수변환 좌표계의 경우 해저면에서의 분해능은 매우 양호하며 그 자세한 변화를 볼 수 있다. 그러나 해수면 근처에서의 격자간격이 너무 커 해수면에서 문제가 발생할 수 있다. 대수-선형 좌표계의 경우 해저면에서의 분해능도 양호할 뿐 아니라(z^* 값으로 조정가능), 해수면에서의 분해능도 비교적 양호한 것을 알 수 있다. 따라서 앞으로 3차원 본격 수치모형의 경우도 대수-선형 변환좌표계를 사용할 예정이다.

5. 결론 및 토의

본 연구에서 실시한 점모형 실험은 파랑과 흐름이 공존하는 경우 형성되는 연직 유속분포 결정에 관한 것으로 0-방정식 또는 1-방정식에 난류마감모형이 도입되었다. 3차 연도에는 비선형 이류항을 추가하여 본격적인 3차원 모델로서 확장할 계획이다.

참 고 문 헌

- D. R. Basco , ' Surfzone currents ' , Coastal Eng. , 7 , 331-355.
- J. A. Bastjes , ' Surfzone dynamics ' , Ann. Rev. Fluid Mech. , 20 , 257-293 , 1988.
- A. K. Blackadar , ' The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere ' , J. Geophys. Res. , 67 , 3095-3120 , 1962.
- K. F. Bowden, L. A. Fairbairn and P. Hughes, ' The distribution of shearing stresses in a tidal current', Geophys. J. Roy. Astro. Soc., 2, 288-305, 1959.
- A. G. Davies, R. L. Soulsby and H. L. King, 'A numerical model of the combined wave and current bottom boundary layer', J. Geophys. Res., 93, 491-508, 1988.
- A. M. Davies and G. K. Furnes , ' Observed and computed M2 tidal currents in the North Sea ' , J. Phys. Oceanogr. , 10 , 237-257 , 1980.
- A. M. Davies and J. E. Jones , ' On the numerical solution of the turbulence energy equations for wave and tidal flows ' , Int. J. Num. Methods Fluids , 12 , 17-41 , 1991.
- H. J. De Vriend , ' 2DH computational of transient seabed evolutions ' , Proc. 20th Coastal Eng. Conf. , ASCE , 1689-1712 , 1986.
- H. J. De Vriend , and N. Kitou , ' Incorporation of wave effects in a 3D hydrostatic mean current model ' , Proc. 22nd Coastal Eng. Conf. , ASCE , 1005-1018 , 1990.
- H. O. Mofjeld and J. W. Lavelle , ' Setting the length scale in a second-order closure

model of the unstratified bottom boundary layer ; J. Phys. Oceanogr. , 14 ,
833-839 , 1984.

M. J. F. Stive and H. J. De Vriend , ' Quasi-3D nearshore current modelling wave-induced
secondary current ' , Proc. Conf. Coastal Hydrodynamics , Delaware , U. S.
A , 1987.

I. A. Svendsen and R. S. Lorenz, Velocities in combined undertow and longshore currents,
Coastal Eng. , 13, 55-79, 1989.

B. G. Vager and B. A. Kagan , ' The dynamics of the turbulent boundary layer in a tidal
current ' , Atmos. Oceanic Phys. , 5 , 168-179 , 1969.

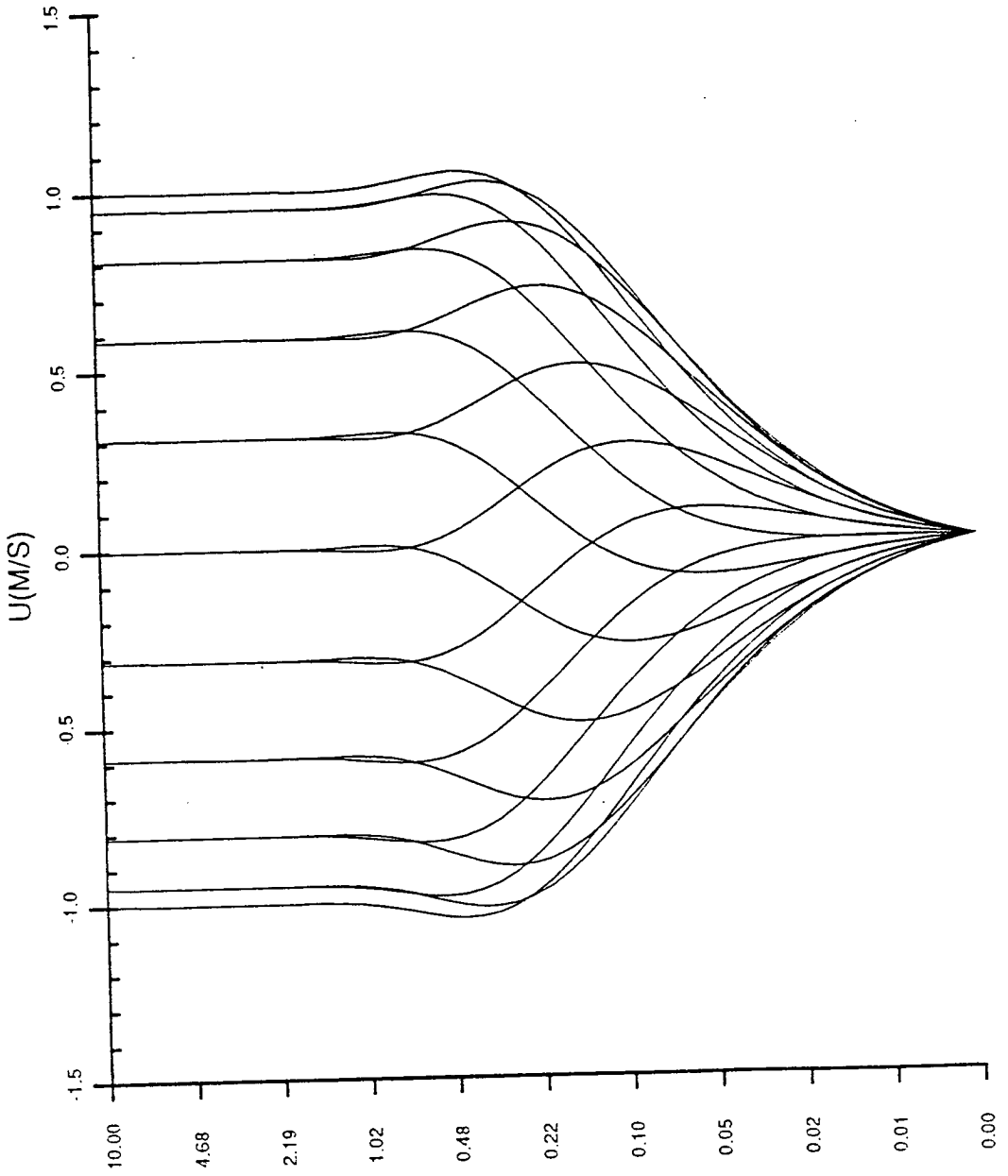


그림 1 0-상정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 유속 연직분포 변화

(대수 좌표계 사용)

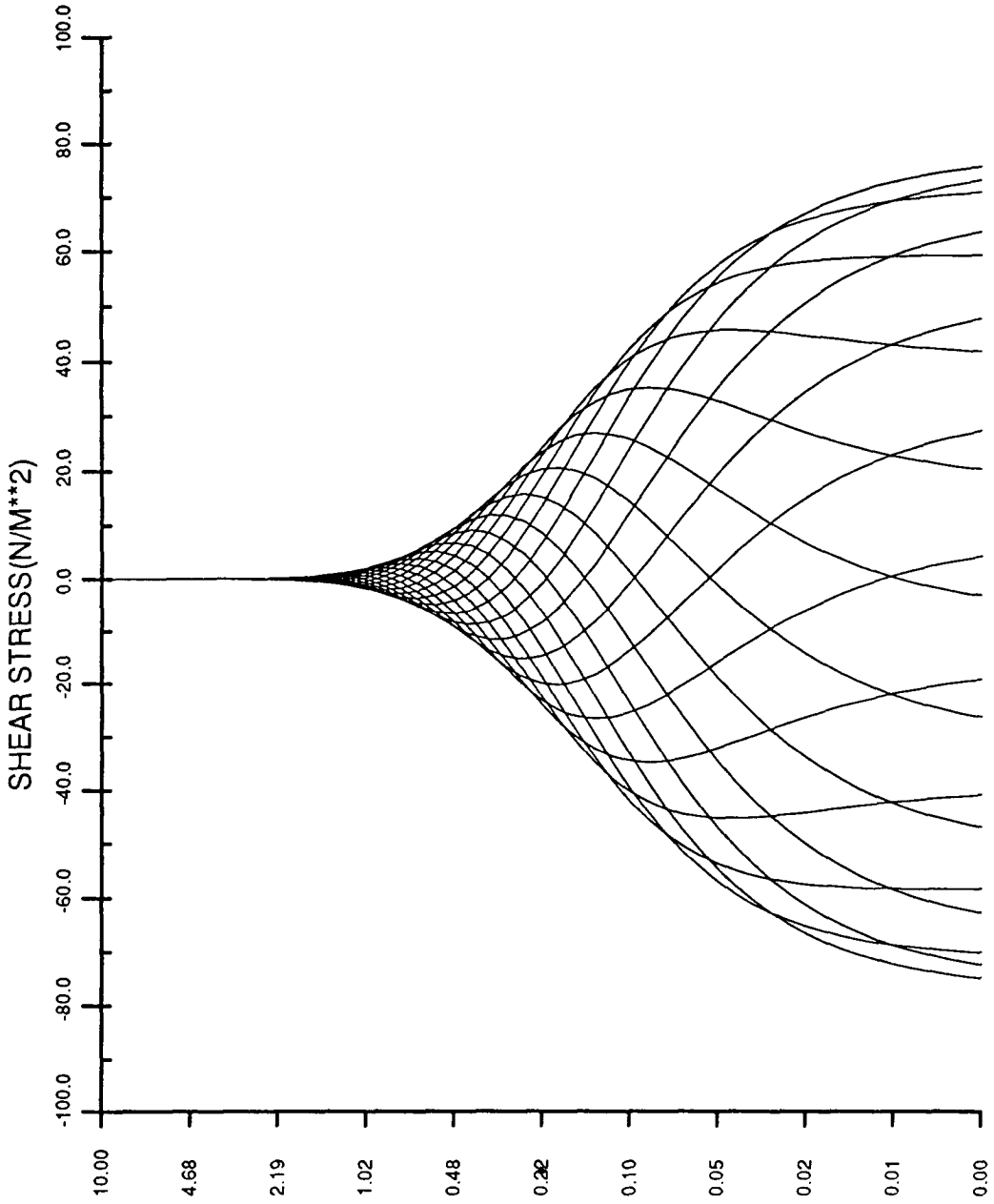


그림 2 0-방정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 전단응력 연속분포 변화
(대수좌표계 사용)

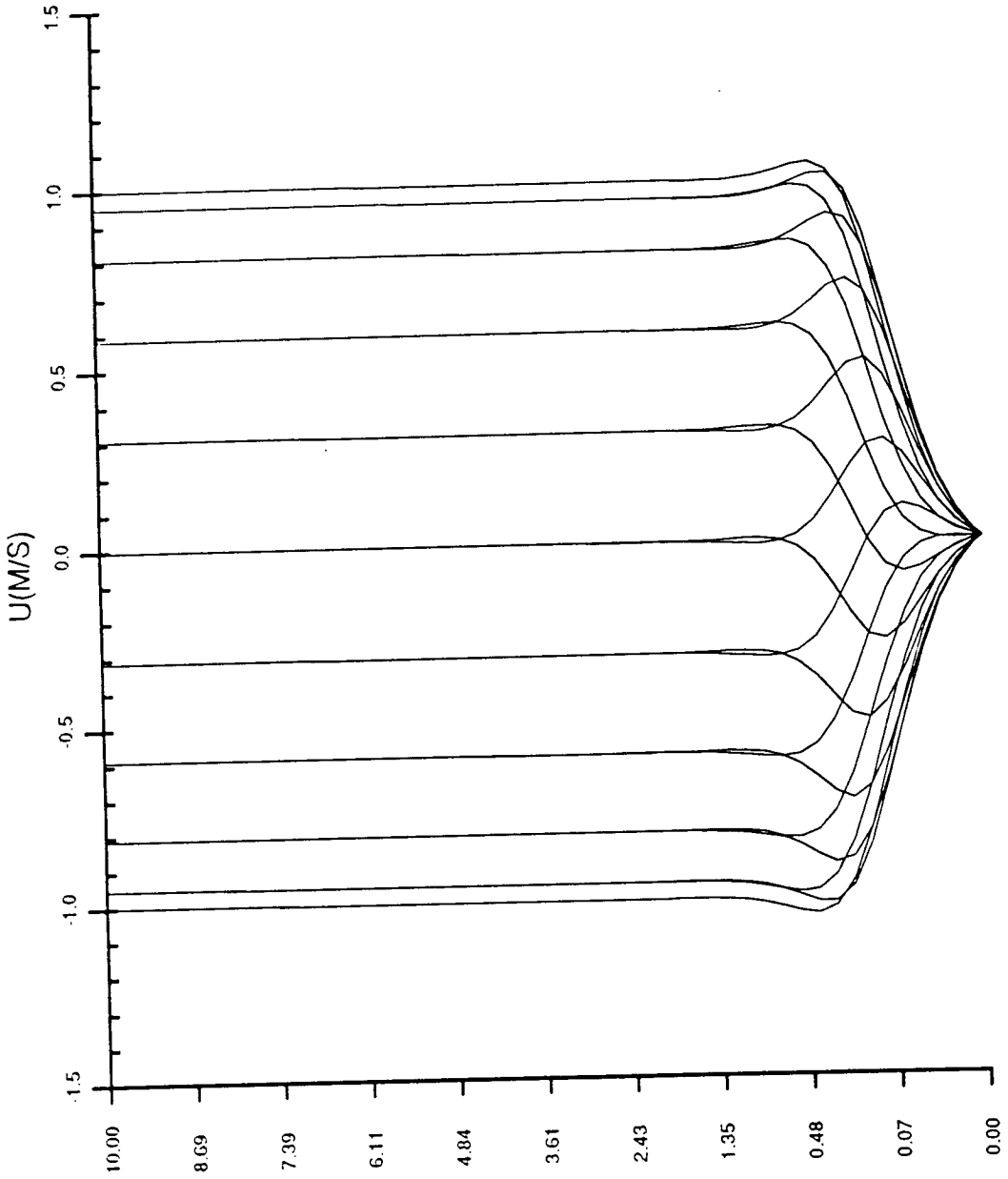


그림 3 0-광정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 유속 연직분포 변화
(대수-선형좌표계 사용)

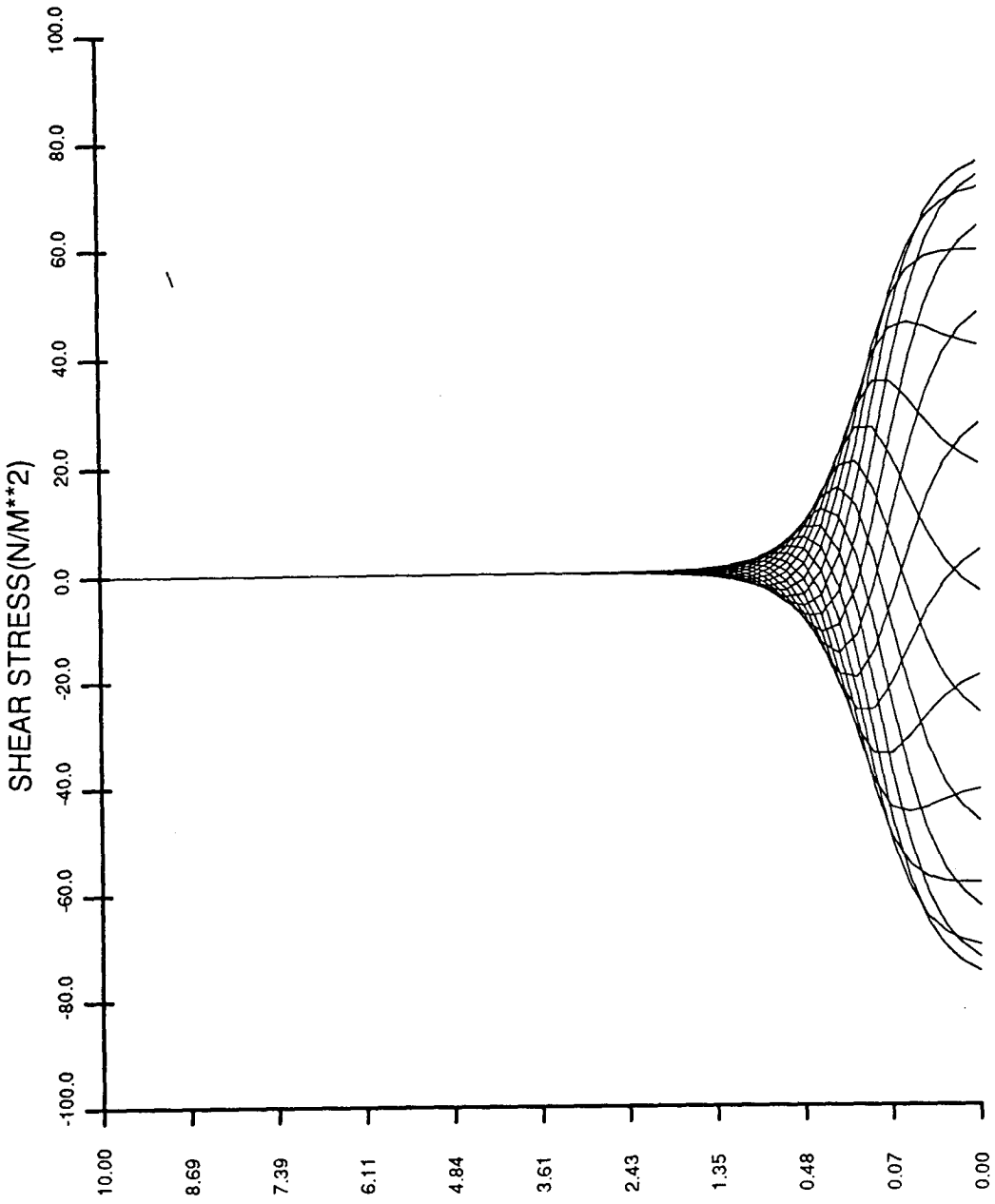


그림 4 0-방정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 전단응력 연속분포 변화
(대수-선형좌표계 사용)

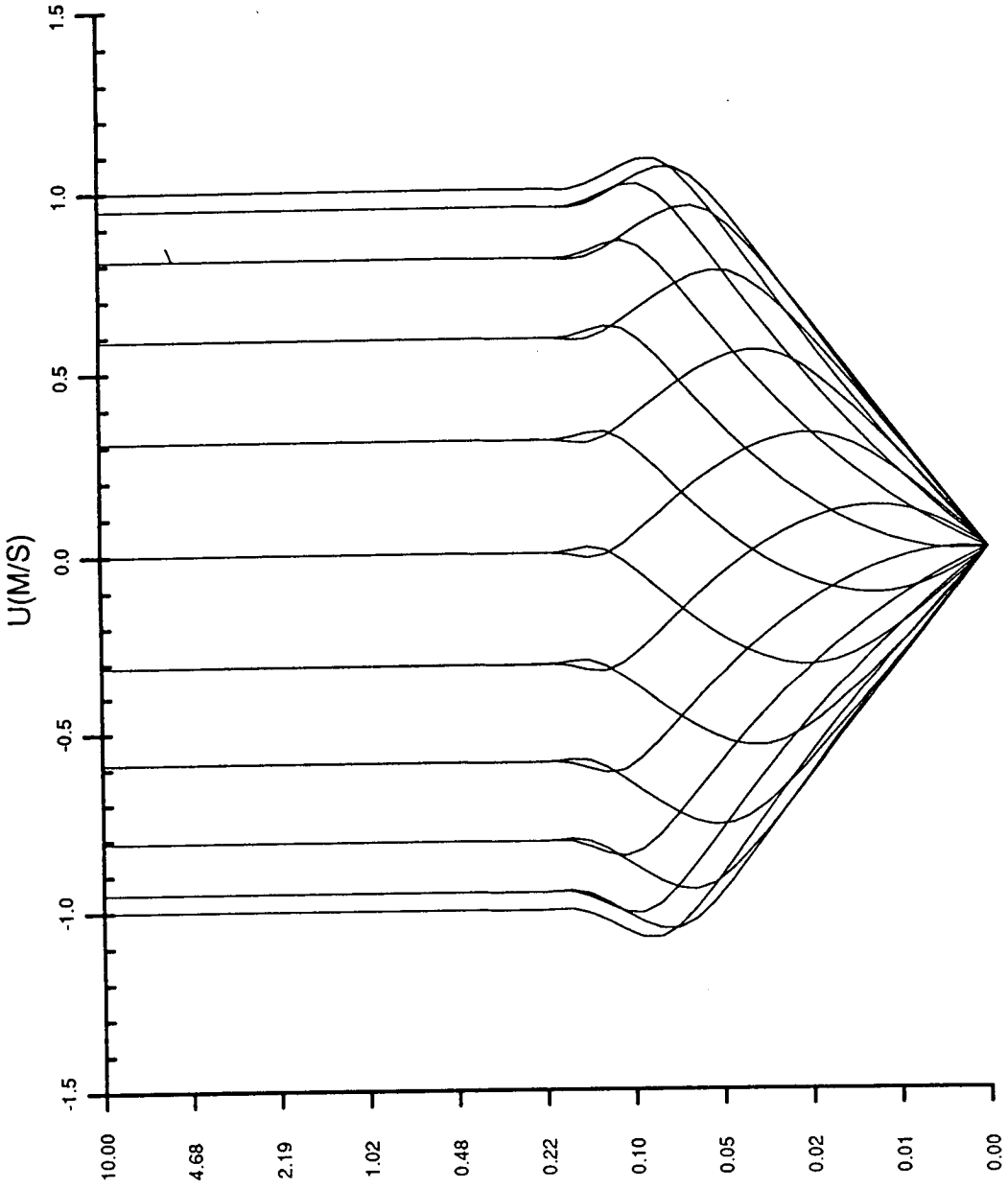


그림 5 1-방정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 유속 연속분포 변화
(대수좌표계 사용)

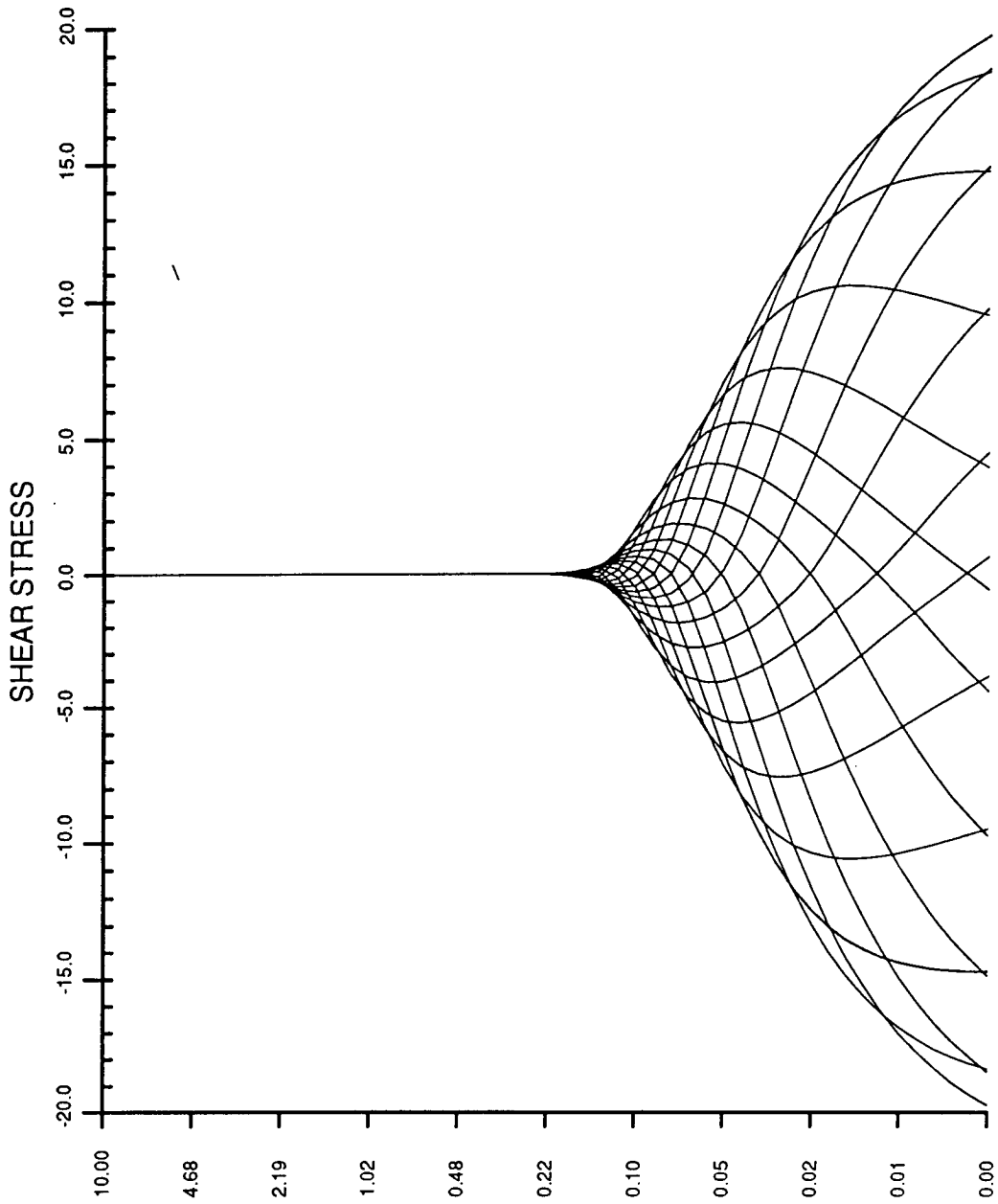


그림 6 1-방정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 전단응력 연직분포 변화
(대수좌표계 사용)

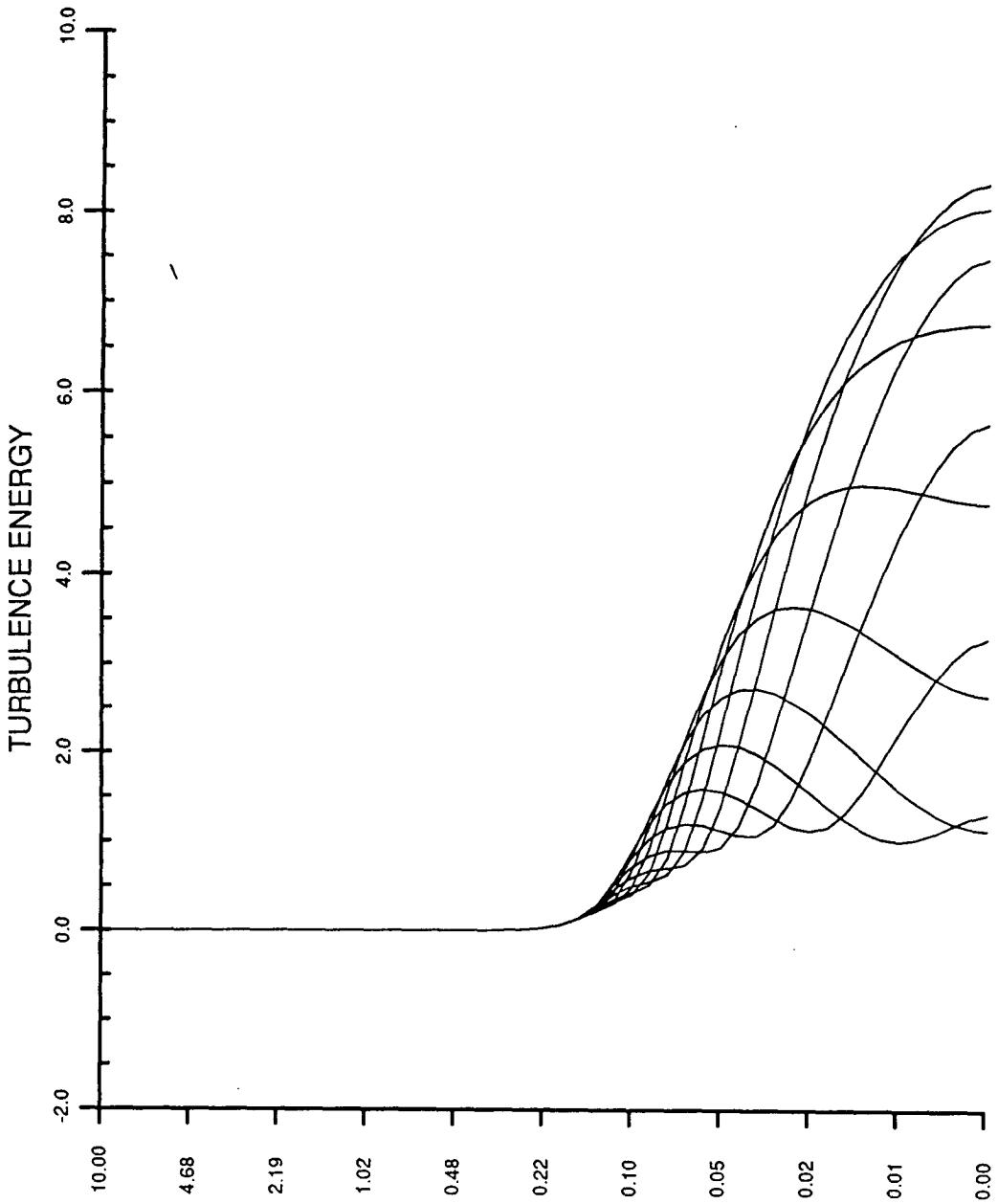


그림 7 1-방정식 난류모형을 이용하여 계산된 난류에너지 연직분포 변화(대수 좌표계 사용)

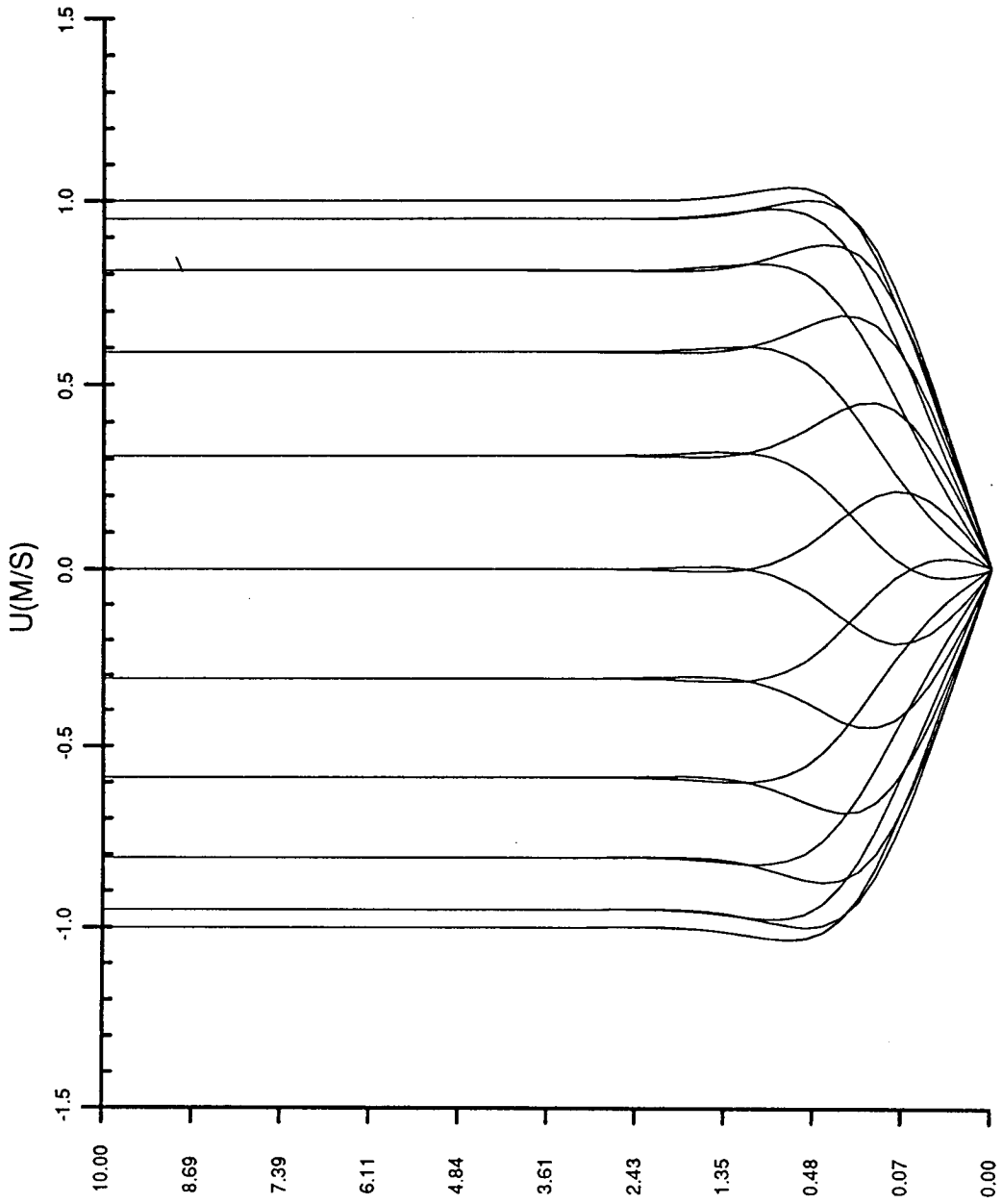


그림 8 1-방정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 유속 연직분포 변화
(대수-선형좌표계 사용)

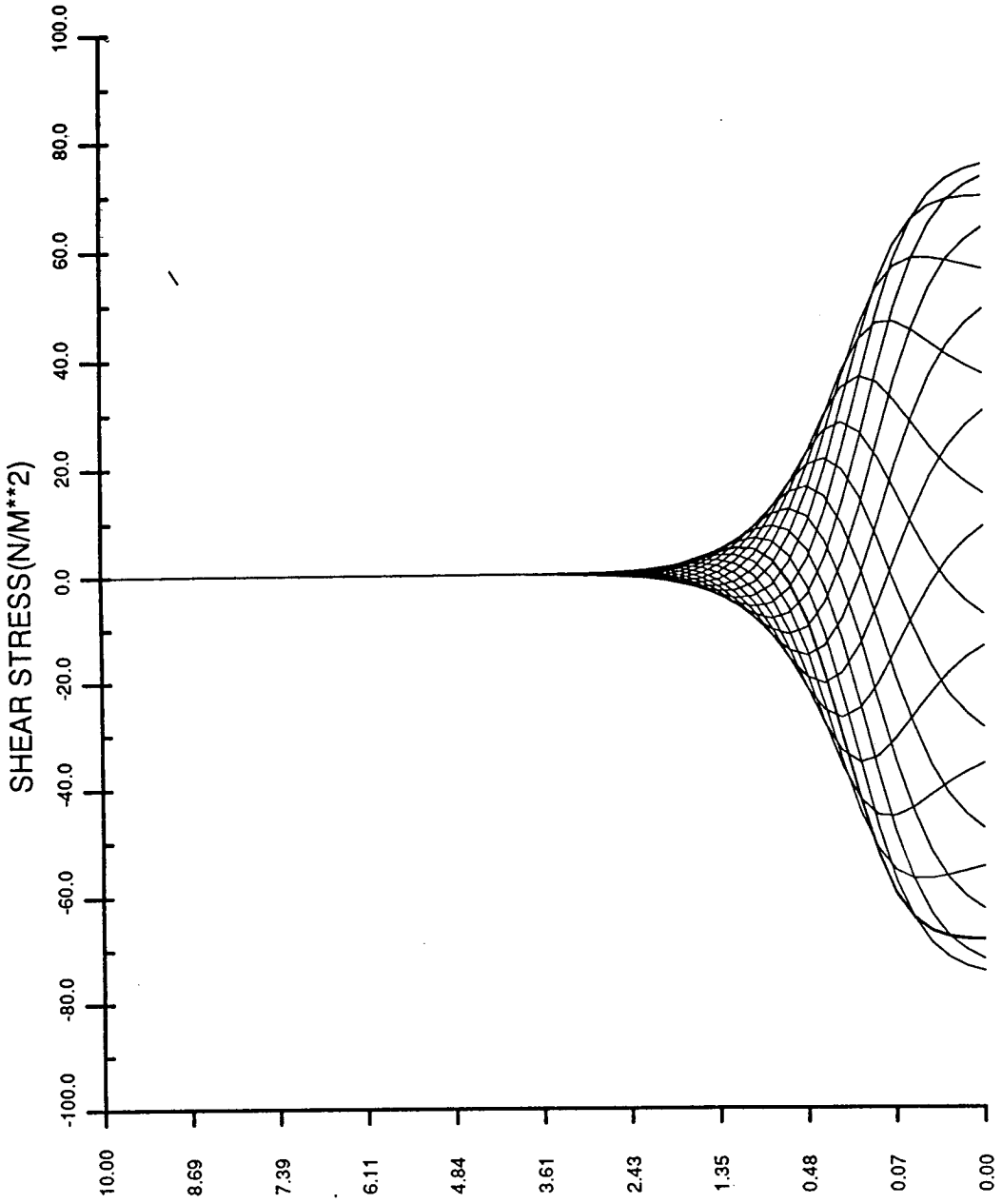


그림 9 1-방정식 난류모형을 이용하여 계산된 1 파랑 주기동안의 전단응력 연속분포 변화
(대수-선형좌표계 사용)

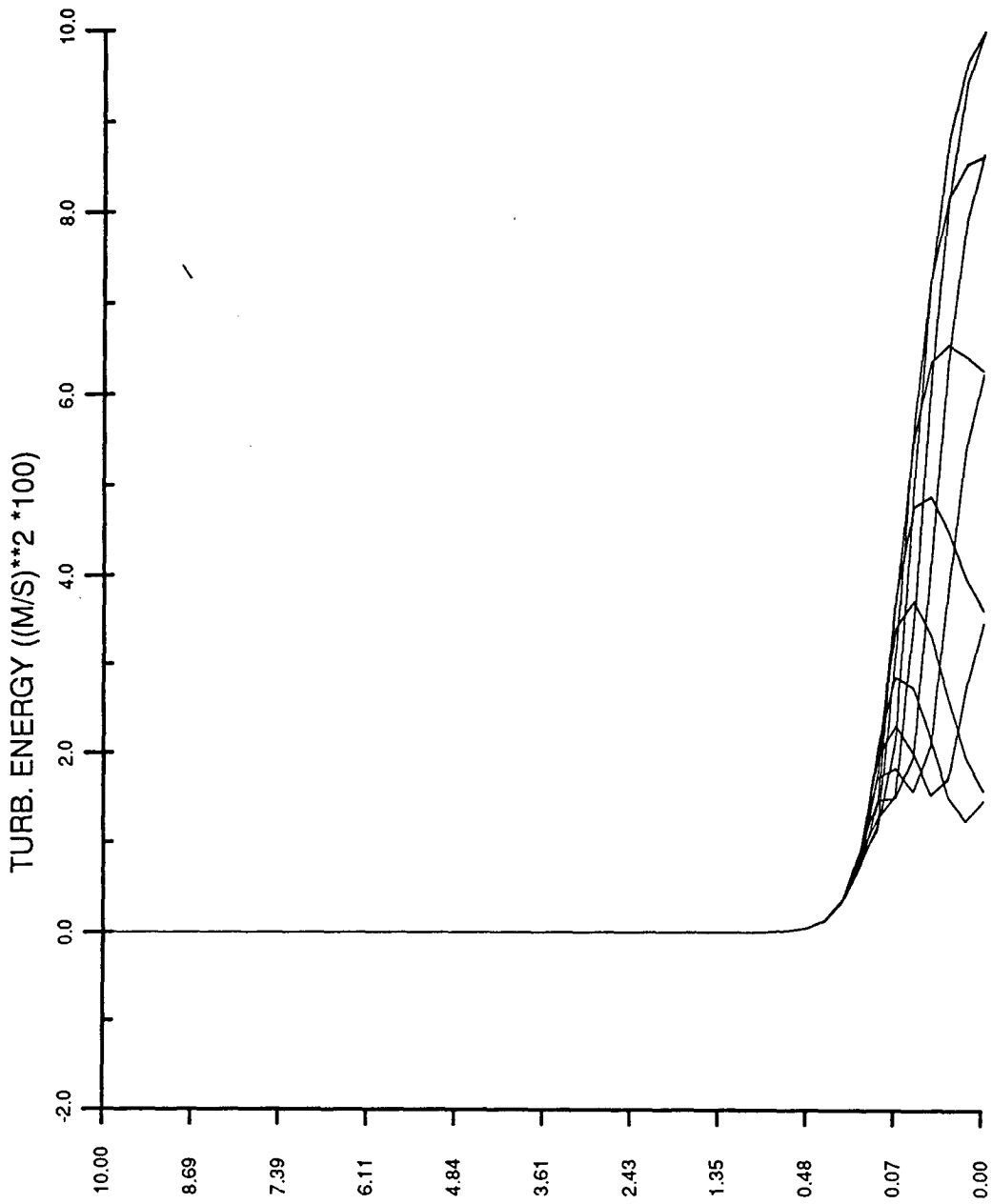


그림 10 1-방향식 난류모형을 이용하여 계산된 난류에너지의 연직분포 변화
(대수-선형좌표계 사용)