BSPE 97659-00-1043-2

파랑·흐름 공존시 쌍곡선형 수치모형에서 내부조파기법의 개발

Development of Technique of Internal Generation of Waves for Time-Dependent Equations of Waves on Current

1998. 2.

한 국 해 양 연 구 소

제 출 문

한국해양연구소장 귀하

본 보고서를 "파랑·흐름 공존시 쌍곡선형 수치모형에서 내부조파 기법의 개발" 과제의 보고서를 제출합니다.

1998년 2월

한국해양연구소

총괄연구책임자 : 이창훈
연 구 조 원 : 김미경

요 약 문

Ⅰ. 연구제목

파랑·흐름 공존시 쌍곡선형 수치모형에서 내부조파기법의 개발

Ⅱ. 연구의 목적

흐름의 영향을 받는 해역에서 파랑변형을 예측하는 쌍곡선형 수치모형에 적용될 수 있는 내부조파기법을 개발한다. 이 기법을 사용함으로써 내해의 영향을 받지 않는 외해 경계조건을 설정할 수 있을 것이다. 따라서, 흐름의 영향을 받는 해역에서의 파랑변형을 정확히 예측할 수 있을 것이다.

Ⅲ. 연구의 방법 및 범위

본 연구에서 해류의 영향을 받는 해역에서 시간의존 파랑식인 Lee(1998)의 모형식에 적용가능한 내부조파기법을 개발하였다. 내부조파의 개념으로서 입사파에 의한 교란파의 전파속도는 에너지전송속도라는 에너지전송의 개념을 사용하였다. 기하광학의 기법을 사용하여 에너지전송속도를 구하였다. 내부조파기법을 사용하여 일방향 단일성분파 및 불규칙파를 수치적으로 재현하였다.

Ⅳ. 연구결과 및 활용에 대한 건의

본 연구의 성과를 실제의 해역에 활용될 수 있는 경우를 살펴보면, 먼저 조석의 영향을 받는 서해안이나 하천유출의 영향을 받는 하구에서 파랑의 변형을 해석할 때 외해 경계조건을 제대로 설정하여 이를 정확히 해석할 수 있을 것이다.

향후 연구과제로서 Lee의 식에 다방향 규칙파 및 불규칙파의 내부조파도 가능

할 것이다. 본 연구에서 개발한 에너지전송속도는 수심이 일정하고 해류의 속도가 일정한 경우에 적용될 수 있다. 그러나, 실제 해역은 수심과 해류의 속도가 모두 변하므로 본 연구에서 개발한 에너지전송속도를 사용함으로서 그 변화의 정도에 따라 발생하는 오차를 규명할 필요가 있다. 더 나아가 수심 및 해류가 변하는 경우에도 적용될 수 있는 에너지전송속도도 개발할 필요가 있다.

SUMMARY

Ⅰ. Title

Development of Technique of Internal Generation of Waves for Time-Dependent Equations of Waves on Current

Ⅱ. Goal and Objectives

The technique of internal generation of waves is developed for the time-dependent equations of waves on current. By using this technique, we can specify a proper offshore boundary condition which is not affected by the conditions at inner domain. Therefore, we can predict accurately water wave transformations over spatial domain with currents.

Ⅲ. Methods and Scope

The technique of internal generation of waves is developed in the time-dependent equations of Lee (1998) which are applicable to the waves on depth and current. The energy velocity is used as the velocity of disturbances caused by the incident wave. The energy velocity is obtained using the geometrics optics approach. Unidirectional monochromatic and random waves are successfully simulated using the technique of internal wave generation.

Ⅳ. Result and Recommendations

The results of this research can be applied to the west coast of Korea where

an ambient tidal current exists and also it can be applied to estuaries where an ambient river flow exists. So, the transformation of water waves can be predicted accurately with a proper specification of offshore boundary conditions.

This research can be extended to internally generating multidirectional monochrotic and random waves. The energy velocity derived in this study is applied to the case of constant water depth and spatially uniform current. In reality, however, both the water depths and currents are spatially varied and application of the derived energy velocity to that case would yield unproper generation of waves. Therefore, we need to derive the energy velocity which is applied to the case of spatially varied water depths and currents.

목 차

요약문 · 1
표목차 및 그림목차 · 7

제1장 머리말 · 9

제2장 에너지전송속도 유도 · 11

제3장 수치실험 · 15
제1절 모형식의 차분화 · 15
제2절 일방향 단일성분파 실험 · · · · · · · · · · · · · · · · · 16
제3절 일방향 불규칙파 실험 · · · · · · · · · · · · · · · · · · 19

제4장 맺음말 · 26

참고문헌 · 27

CONTENTS

Summary 3
List of Tables and Figures 7

Chapter 1. Introduction 9

Chapter 2. Derivation of energy velocity 11

Chapter 3. Numerical test 15
Section 1. Discretization of model equations 15
Section 2. Test of unidirectional monochromatic waves 16
Section 3. Test of unidirectional random waves 19

Chapter 4. Conclusion 26

References 27

List of Tables and Figures

Table 3.2.1 Ratio of wavelengths $L/\overline{L_0}$ and corresponding percent error 18

Table 3.3.1 Significant waveheight and frequencies of incident random waves 22

Fig. 3.2.1 Computational domain for simulating unidirectional monochromatic waves 17

Fig. 3.2.2 Normalized water surface elevation of monochromatic waves; solid line: U/C_0 = 0, dashed line: U/C_0 = 0.1, dash-dotted line: U/C_0 = -0.1. (a) $\overline{k_0}h = 0.05\pi$, (b) $\overline{k_0}h = 2\pi$ 18

Fig. 3.3.1 Percent error of resolved wavelength compared to the exact solution; solid line: U/C_0 = 0, dashed line: U/C_0 = 0.1, dash-dotted line: U/C_0 = -0.1 23

Fig. 3.3.2 Water surface elevations of random waves at $t = 50\ T_p$; solid line: model solution, dashed line: exact solution 24

Fig. 3.3.3 Frequency spectra of unidirectional random waves; solid line: U/C_0 = 0, dashed line: U/C_0 = 0.1, dash-dotted line: U/C_0 = -0.1, dotted line : corresponding target 25

제1장 머리말

심해에서 주로 바람에 의하여 생성된 파랑이 천해로 전파해 들어오면서 바닥의 변화에 따라 파랑의 특성이 변하기도 하지만 또한 파랑에너지 전송의 매개체인 물 전체가 흐를 때 이 해류의 변화에 따라 그 특성이 변한다. 해류에는 조석류, Rip current, 연안류, 하구에서의 하천류 등이 있다. 이러한 해류의 영향을 받는 해역에서 파랑의 특성을 예측할 때 해류의 영향을 고려한 파랑식을 사용하여야 정확한 예측이 가능하다.

Stokes 파 계통의 파랑식으로서 해류의 영향을 고려한 파랑식으로는 Booij(1981)가 Variational principle을 사용하여 개발한 두가지 유형의 모형식이 있다. Kirby(1984)는 Booij의 유도과정 중 오류를 발견하여 이 모형식을 교정하였다. 이 식들은 유도과정 가운데 수심의 변화가 작은 해역에서 적용될 수 있다고 가정하여 고차의 수심효과, 즉 수심경사의 제곱의 항과 수심의 곡률의 항을 제외하여 소위 완경사방정식이라고 알려져 있다. 최근, Lee(1998)는 수심변화가 큰 해역에서도 적용될 수 있는 모형식을 얻기 위하여 유도과정 가운데 고차의 수심효과를 고려하여 두가지 유형의 모형식을 개발하였다. 해류의 영향을 무시하면, Kirby의 두 모형식은 각각 Smith와 Sprinks(1975)의 식과 Radder와 Dingemans(1985)의 식이 되고, Lee의 두 모형식은 각각 Suh 등(1997)의 두 모형식이 된다. Smith와 Sprinks의 식, Radder와 Dingemans의 식, Suh 등의 식은 주파수폭이 좁은 불규칙파가 전파할 때 파군의 거동을 제대로 재현함이 증명되었다(Kirby 등, 1992; Suh 등, 1997).

쌍곡선형의 시간의존 파랑식에서 소위 내부조파기법을 사용하면, 조파선에서 임의의 에너지와 위상을 갖는 입사파가 생성되어 조파선의 양 방향으로 전파하고 또한 조파선으로 전파해 오는 파는 조파선을 그대로 통과하는 특성이 있다. 따라서, 계산영역의 임의의 조파선을 따라 내부조파기법을 사용하고 외해경계에 스폰지층을 두면 방사경계조건을 제대로 설정할 수 있다. 내부조파기법은 Larsen과 Dancy(1983)가 Boussinesq 식에 사용하였고, Madsen과 Larsen(1987)이 Copeland(1985)의 식에 사용하였다. 국내에서는 윤성범 등(1996)이 Copeland의 식에 사용하였다. 이들은 모두 입사파에 의한 교란파의 전송속도는 위상속도라고 하는 질량전송의 관점을 갖고서 내부조파기법을 사용하였다. 최근, 이창훈(1997)은 Copeland의 식과 Radder와 Dingemans의 식에 내부조파기법을 사용할 때 질량전

송이 아닌 에너지전송의 관점을 갖고서 성공적으로 원하는 파의 에너지와 위상을 얻을 수 있었다. 더 나아가 이창훈과 서경덕(1997)은 Radder와 Dingemans의 식에 에너지전송의 관점을 갖고서 내부조파기법을 사용하여 일방향 및 다방향 불규칙파를 성공적으로 재현하였다. Suh 등은 에너지전송의 관점을 사용하여 그들의 모형식에서 내부조파된 불규칙파가 Bragg 반사되는 현상을 재현하였다. 질량전송과 에너지전송의 관점은 입사파에 의한 교란파의 전송속도가 각각 위상속도와 에너지전송속도라고 하는 서로 다른 관점이다.

본 연구에서 해류의 영향을 받는 해역에서 시간의존 파랑식인 Lee(1998)의 모형식에 적용가능한 내부조파기법을 개발하였다. 내부조파의 개념으로서 입사파에 의한 교란파의 전파속도는 에너지전송속도라는 에너지전송의 개념을 사용하였다. 기하광학의 기법을 사용하여 에너지전송속도를 구하였다. 내부조파기법을 사용하여 일방향 단일성분파 및 불규칙파를 수치적으로 재현하였다.

제2장 에너지전송속도 유도

Lee(1998)의 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{U}\eta) - \nabla \cdot \left(\frac{\overline{C}\,\overline{C_g}}{g}\nabla \tilde{\phi}\right) + \frac{\overline{\sigma}^2 - \overline{k}^2\,\overline{C}\,\overline{C_g}}{g}\tilde{\phi} + \frac{\overline{\sigma}^2}{g}\{\overline{R_1}(\nabla h)^2 + \overline{R_2}\nabla^2 h\}\tilde{\phi} = F(\eta, \tilde{\phi}) \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} = -\mathbf{U}\cdot\nabla\tilde{\phi} - g\eta \tag{2.2}$$

여기서 η는 수면변위이고, $\tilde{\phi}$는 평균수면에서의 속도포텐셜이고, $\mathbf{U}(x,y)$는 해류의 속도이고, $\overline{C}$와 $\overline{C_g}$는 각각 파의 위상속도와 군속도이고, $\overline{R_1}$과 $\overline{R_2}$는 수심 h, 각주파수 $\overline{\omega}$, 해류의 속도 $\mathbf{U}(x,y)$에 따라 결정되는 변수이고(Lee, 1998), g는 중력가속도이고, ∇는 수평미분연산자이다. 각주파수 $\overline{\sigma}$와 파수 $\overline{k}$는 다음의 분산관계에 있다.

$$\overline{\sigma}^2 = (\overline{\omega} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{U})^2 = g\overline{k}\tanh\overline{k}h \tag{2.3}$$

Lee의 또 다른 모형식은 식 (2.1),(2.2)에서 $\tilde{\phi}$를 소거하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{D^2\tilde{\phi}}{Dt^2} + (\nabla\cdot\mathbf{U})\frac{D\tilde{\phi}}{Dt} - \nabla\cdot(\overline{C}\,\overline{C_g}\nabla\tilde{\phi}) + (\overline{\sigma}^2 - \overline{k}^2\,\overline{C}\,\overline{C_g})\tilde{\phi} + \overline{\sigma}^2\{\overline{R_1}(\nabla h)^2 + \overline{R_2}\nabla^2 h\}\tilde{\phi} = 0 \tag{2.4}$$

여기서 $D/Dt = (\partial/\partial t + \mathbf{U}\cdot\nabla)$는 해류의 영향이 고려된 시간미분 연산자이다. Lee의 식 (2.1),(2.2) 또는 다른 형태의 식 (2.4)에서 수심효과의 고차항인 $(\nabla h)^2$과 $\nabla^2 h$를 무시하면, 각각 Kirby의 두 모형식이 된다.

수심이 일정하고 해류의 속도가 일정한 물 위를 표면파가 전파할 때 파의 위상뿐만 아니라 에너지의 변화가 일어나는데 이 에너지의 변화는 시간의존 파랑식에서 에너지전송식으로 예측이 가능하다. 즉, 입사파에 의한 교란파의 전파속도는 에너지전송속도 $\mathbf{C_e}$ 이다. 조파선이 y축과 평행할 경우, 내부조파시 조파선 상의 격자점에서 매 시간 계산된 수면변위 η에 부가적으로 더할 값 η^*는 다음과 같게 된다.

$$\eta^* = 2\eta^I \frac{\mathbf{C_e}\,\Delta t}{\Delta x} \tag{2.5}$$

여기서 η^I는 입사파의 수면변위이고 $\Delta x, \Delta t$는 각각 x축 방향의 격자간격과 시간간격이다. 내부조파의 조건은 파랑특성이 조파선을 중심으로 좌·우 대칭이 되어야 한다는 것이다. 해류의 영향을 받는 해역에서 이를 만족시킬 수 있는 방법은 조파선의 좌·우로 해류가 서로 대칭의 특성을 갖게 하고 조파선 상에서는 좌·우의 해류가 상쇄되어 존재하지 않게 하는 것이다.

기하광학의 기법을 사용하여 eikonal식과 에너지전송식을 구할 수 있고 이 두 식으로부터 에너지전송속도를 구할 수 있다. 평균수면에서의 속도포텐셜 $\tilde{\phi}$를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\frac{i}{g}\tilde{\phi} = Re^{i\Psi}, \qquad R = \frac{a}{\sigma} \tag{2.6}$$

여기서 $R(x,y,t)$는 시간과 공간 상으로 변조하고, 위상함수 Ψ는 국부적인 파수 $\mathbf{k}$와 각주파수 ω와 다음 관계에 있다.

$$\mathbf{k} = \nabla\Psi, \quad \omega = -\frac{\partial\Psi}{\partial t} \tag{2.7}$$

식 (2.6)을 식 (2.4)에 대입한 뒤 실수부 항을 정리하면 다음과 같은 eikonal 식이 나온다.

$$-(\sigma^2-\overline{\sigma}^2)R+(k^2-\overline{k}^2)\overline{C\,C_g}R+\frac{\partial^2 R}{\partial t^2}-\nabla\cdot(\overline{C\,C_g}\nabla R)$$
$$+(\mathbf{U}\cdot\nabla)(2\frac{\partial R}{\partial t}+\mathbf{U}\cdot\nabla R)+(\nabla\cdot\mathbf{U})(\frac{\partial R}{\partial t}+\mathbf{U}\cdot\nabla R) \tag{2.8}$$
$$+\overline{\sigma}^2\{\overline{R_1}(\nabla h)^2+\overline{R_2}\nabla^2 h\}R=0$$

식 (2.8)의 좌변의 항 가운데 세 번째, 네 번째, 다섯 번째 항들은 진폭변조의 2차의 항으로서 첫 번째, 두 번째 항들에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작고 여섯 번째 항은 해류의 유속이 일정한 경우 영이 되고 마지막 항은 수심이 일정한 경우 영이 된다. 따라서, 첫 번째와 두 번째 항만 고려하면 식 (2.8)은 다음과 같이 단순화 될 수 있다.

$$\frac{k}{\overline{k}}=\sqrt{1+\frac{\overline{C}}{\overline{C_g}}\{(\frac{\sigma}{\overline{\sigma}})^2-1\}} \tag{2.9}$$

식 (2.6)을 식 (2.4)에 대입한 뒤 허수부 항을 정리하면 다음과 같은 파랑 action 보존식이 나온다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\frac{a^2}{\sigma})+\nabla\cdot\{(\mathbf{U}+\frac{\mathbf{k}}{k}\frac{\overline{C}\,\overline{C_g}}{C})(\frac{a^2}{\sigma})\}=0 \tag{2.10}$$

수심이 일정하고 해류의 속도가 일정할 경우 식 (2.10)은 다음과 같이 단순화 될 수 있다.

$$\frac{\partial a^2}{\partial t}+(\mathbf{U}+\frac{\mathbf{k}}{k}\frac{\overline{C}\,\overline{C_g}}{C})\cdot\nabla a^2=0 \tag{2.11}$$

또는

$$\frac{Da^2}{Dt}+\frac{\mathbf{k}}{k}\frac{\overline{C}\,\overline{C_g}}{C}\cdot\nabla a^2=0 \tag{2.12}$$

여기서 $\overline{\mathbf{C}_g} = \overline{C_g}\,\mathbf{k}/k$로 정의하고 식 (2.9)를 이용하면 에너지전송속도를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{C}_e = \frac{\mathbf{k}}{k}\frac{\overline{C}\,\overline{C_g}}{C} = \overline{\mathbf{C}_g}\frac{\overline{\sigma}}{\sigma}\sqrt{1+\frac{\overline{C}}{\overline{C_g}}\{(\frac{\sigma}{\overline{\sigma}})^2-1\}} \tag{2.13}$$

내부조파시 에너지전송속도는 식 (2.11)에서의 $\mathbf{U}+\mathbf{C}_e$가 아니고 식 (2.12)에서의 $\mathbf{C}_e$이다. 왜냐하면, 지배방정식 (2.1),(2.2) 또는 다른 형태의 식 (2.4)에서 이미 $\mathbf{U}$의 속도로 매개체가 흐르는 현상이 이미 재현되기 때문이다. 식 (2.12)에서 해류의 효과가 고려된 시간미분 연산자인 D/Dt를 사용하면 에너지전송속도를 분명히 정의할 수 있다. 본 연구에서 유도한 에너지전송속도는 수심이 일정하고 해류의 속도가 일정한 경우에 적용되므로 Kirby(1984)의 식에서 유도되는 에너지전송속도와 같다. 해류가 없는 경우, 식 (2.13)으로 표현되는 에너지전송속도는 Smith와 Sprinks(1975)의 식이나 Radder와 Dingemans(1985)의 식이나 Suh 등(1997)의 식에서 유도되는 에너지전송속도와 같음을 알 수 있다(이창훈, 1997).

제3장 수치실험

제1절 모형식의 차분화

계산영역의 좌·우 경계에 파의 반사를 막기 위하여 스폰지층을 두었다. 스폰지층을 사용한 에너지감쇠 현상의 재현은 지배방정식 가운데 운동량 방정식이나 에너지 방정식을 변형함으로서 가능하다. 즉, 식 (2.2)를 다음과 같이 바꾸었다.

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} = - \mathbf{U} \cdot \nabla \tilde{\phi} - g\eta - \sigma_{\max} D_s \tilde{\phi} = G(\eta, \tilde{\phi}) \tag{3.1.1}$$

여기서 $\sigma_{\max}$는 입사파의 최대 각주파수이고, 에너지감쇠계수 D_s는 스폰지층의 시작점에서 0이고 스폰지층의 끝점인 영역의 경계에서 1로서 다음과 같이 기하급수적으로 증가한다.

$$D_s = \begin{cases} 0, & \text{스폰지층 밖} \\ \dfrac{e^{d/S}-1}{e^{1}-1}, & \text{스폰지층 안} \end{cases} \tag{3.1.2}$$

여기서 d는 스폰지층의 시작점에서의 거리이고 S는 스폰지층의 두께이다.

식 (2.1),(3.1.1)를 시간적으로 차분하는 방법으로서 4차의 Adams-Moulton Predictor-Corrector 법을 사용하였다. Predictor 단계에서 다음과 같이 차분하였다.

$$\begin{aligned} \eta^{n+1} &= \eta^{n} + \frac{\Delta t}{24}(55F^{n} - 59F^{n-1} + 37F^{n-2} - 9F^{n-3}) \\ \tilde{\phi}^{n+1} &= \tilde{\phi}^{n} + \frac{\Delta t}{24}(55G^{n} - 59G^{n-1} + 37G^{n-2} - 9G^{n-3}) \end{aligned} \tag{3.1.3}$$

여기서 윗첨자 n은 시간단계이다. Corrector 단계에서 다음과 같이 차분하였다.

$$\eta^{n+1} = \eta^n + \frac{\Delta t}{24}(9F^{n+1} + 19F^n - 5F^{n-1} + F^{n-2})$$
$$\tilde{\phi}^{n+1} = \tilde{\phi}^n + \frac{\Delta t}{24}(9G^{n+1} + 19G^n - 5G^{n-1} + G^{n-2}) \quad (3.1.4)$$

즉, 기지의 (n - 3) 번째 단계부터 n 번째 단계까지의 값을 이용하여 미지의 ($n+1$) 번째 단계에서의 값을 구하는 것이다. Corrector 단계에서 보정된 값이 Predictor 단계에서 예측된 값과 상당한 차이가 나면 그 차이가 충분히 작을 때까지 Corrector 단계를 반복하였다. 식 (2.1),(3.1.1)의 공간상의 미분식을 차분하는 방법으로서 2차의 3점대칭법을 사용하였다. 계산영역의 경계에는 완전반사조건을 사용하였다. 완전반사조건을 사용하였음에도 불구하고 스폰지층에서 입사파의 에너지를 거의 다 흡수하여 반사되는 파의 에너지는 무시할 만큼 작았다. 내부조파기법을 사용할 때 식 (2.5)에 $\tanh(0.1n\Delta t/T_p)$ (T_p는 파의 첨두주기)를 곱하여 서서히 조파함으로서 수치적으로 연속적인 해를 얻었다.

제2절 일방향 단일성분파 실험

먼저 일방향 단일성분파를 수치실험하였다. 수치계산영역은 Fig. 3.2.1에 보인 바와 같이 조파선으로부터 좌·우로 각각 4 파장의 공간을 두고 더 나아가 3 파장 두께의 스폰지층을 두었다. 파장에 비하여 상대적으로 얕은 수심($\overline{k_0}h = 0.05\pi$)과 깊은 수심($\overline{k_0}h = 2\pi$)에서 속도비가 U/C_0 = -0.1, 0, 0.1 (C_0는 해류가 없을 때의 위상속도)의 각 경우와 각주파수비가 $\omega/\overline{\omega}$ = 0.9, 1, 1.1의 각 경우에 내부조파하였다. 수치해석시 공간상의 해상도를 충분히 하기 위하여 격자간격 Δx를 파장의 1/20이 되게 하였다. 또한 안정한 해를 얻기 위하여 Courant 수 $C_r = C_e\Delta t/\Delta x$를 0.1로 하였다. 위의 두 조건으로부터 시간간격 Δt가 결정된다.

조파 시작 후 50 주기가 경과한 시각에 수치적으로 재현된 수면변위를 입사파의 진폭으로 무차원화한 값을 Fig. 3.2.2에 도시하였다. 모든 경우에 입사파의 에너지와 위상이 제대로 재현됨을 알 수 있다. 해류가 파랑과 같은 방향(또는, 반대 방향)

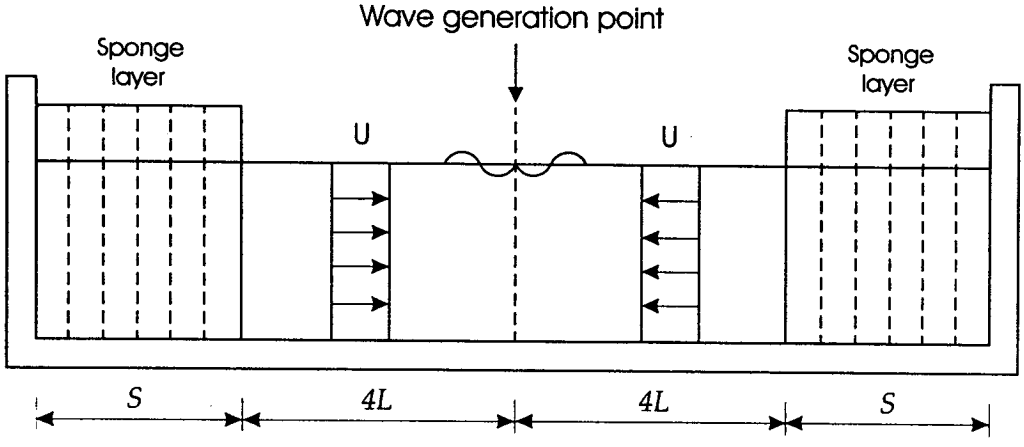

Fig. 3.2.1 Computational domain for simulating unidirectional monochromatic waves.

으로 흐르는 경우, 해류가 없는 경우에 비하여 파장이 길어짐(또는, 짧아짐)을 볼 수 있다. 각 경우에 수치적으로 재현된 파장은 eikonal 식 (2.9)를 사용하여 예측한 파장과 일치하였다. 각 경우의 파장의 엄밀해는 선형의 분산관계식 (2.3)을 사용하여 구할 수 있다. 각 경우에 수치적으로 재현된 파장(L)을 해류가 없고 $\omega/\overline{\omega}=1.0$ 일 때의 파장($\overline{L_0}$)으로 나눈 값과 또한 재현된 파장의 퍼센트 오차를 Table 3.2.1에 나타내었다. $(\omega-\overline{\omega})/\overline{\omega}=\pm 0.1$ 의 경우 모형식이 재현한 파장이 $\overline{k_0}h=0.05\pi$ 의 얕은 수심에서는 최대 0.02%의 오차가 생겼고 $\overline{k_0}h=2\pi$ 의 깊은 수심에서는 최대 3.86%의 오차가 생겼다. 이는 모형식이 $\omega\neq\overline{\omega}$ 의 불규칙를 모의하는데 있어서 재현된 파장이 얕은 수심에서는 오차가 작지만 깊은 수심에서는 오차가 더 커짐을 시사한다. 이와 같은 현상은 해류가 없는 경우에 적용되는 Radder와 Dingemans(1985)의 모형식에서도 마찬가지로 나타났다(Lee와 Pyun, 1995).

Table 3.2.1 Ratio of wavelengths $L/\overline{L_0}$ and corresponding percent error

$\overline{k_0}h$		0.05π			2π		
$\omega/\overline{\omega}$		0.9	1.0	1.1	0.9	1.0	1.1
U/C_0	-0.1	1.00 (0.02%)	0.90 (0.00%)	0.82 (0.02%)	1.04 (3.86%)	0.79 (0.00%)	0.64 (2.02%)
	0	1.11 (0.02%)	1.00 (0.00%)	0.91 (0.01%)	1.27 (2.87%)	1.00 (0.00%)	0.84 (1.54%)
	0.1	1.22 (0.02%)	1.10 (0.00%)	1.00 (0.01%)	1.48 (2.42%)	1.19 (0.00%)	1.01 (1.32%)

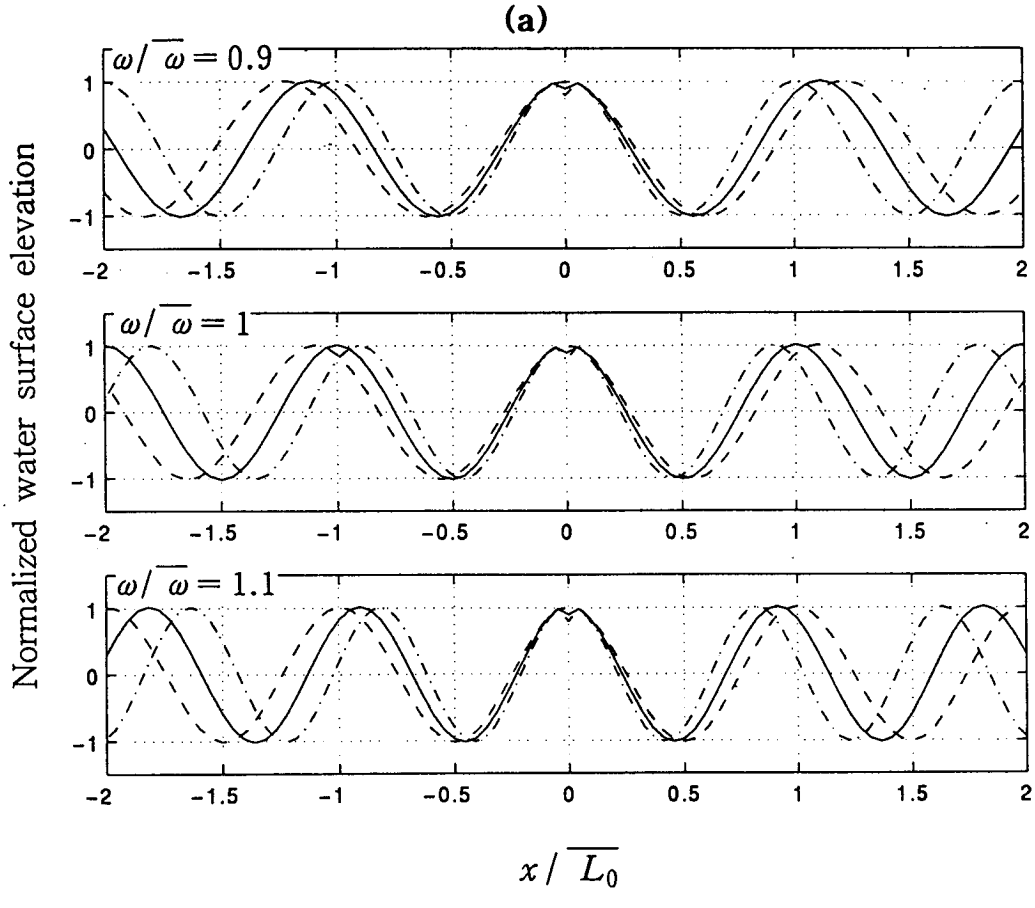

Fig. 3.2.2 Normalized water surface elevation of monochromatic waves; solid line : U/C_0 = 0, dashed line : U/C_0 = 0.1, dash-dotted line : U/C_0 = -0.1. (a) $\overline{k_0}h=0.05\pi$, (b) $\overline{k_0}h=2\pi$

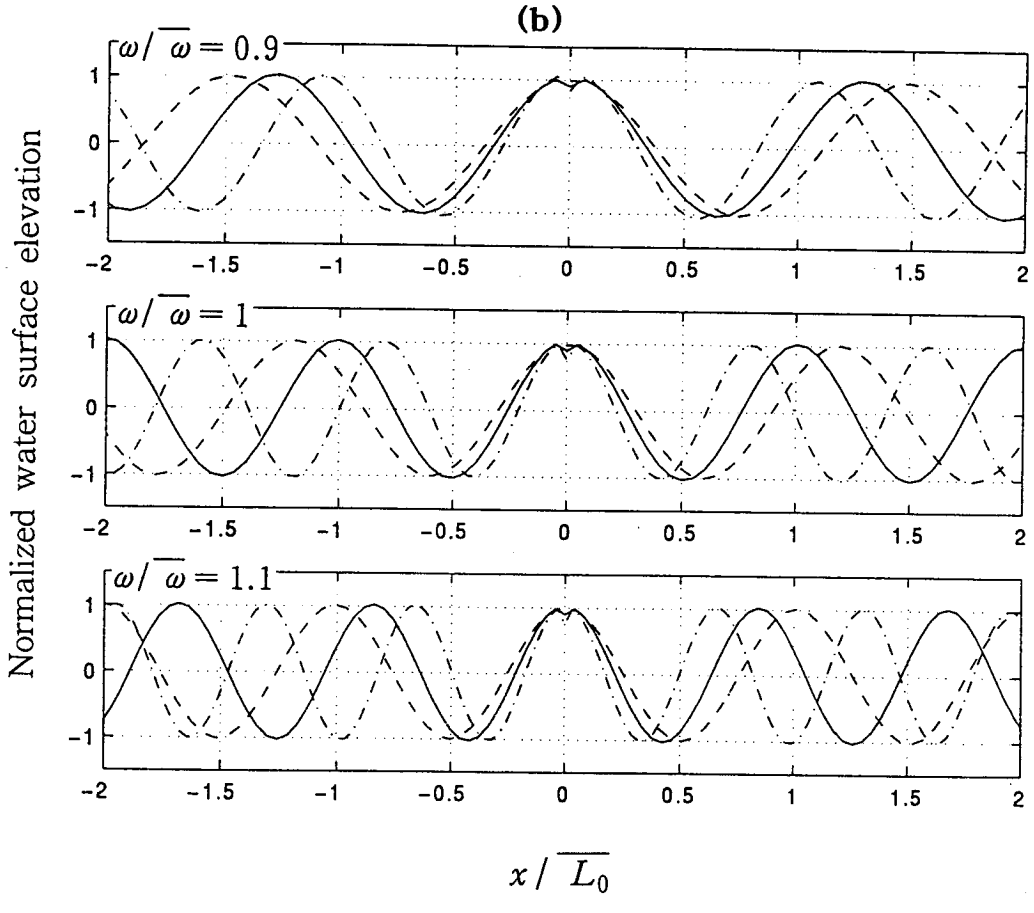

Fig. 3.2.2 Continued.

제3절 일방향 불규칙파 실험

또한, 일방향 불규칙파를 수치실험하였다. 입사파의 에너지 스펙트럼으로서 Suh 등(1994)이 개발한 스펙트럼, 즉 해류가 존재하는 해역에서의 TMA 스펙트럼을 사용하였다. 원래 Bouws 등(1985)이 제안한 TMA 스펙트럼은 흐름이 없는 경우에 천해역에서도 적용될 수 있는 스펙트럼이다. 파랑 action 보존식을 사용하여 해류가 없는 경우의 주파수 스펙트럼 $S_0(\omega, h)$ 로부터 해류가 있는 경우의 스펙트럼 $S(\omega, h, U)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S(\omega, h, U) = S_0(\omega, h)\frac{\sigma(1+\frac{2k_0h}{\sinh 2k_0h})}{2k_0\{U+(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh})\frac{\sigma}{2k}\}} \tag{3.3.1}$$

여기서 아랫첨자 0은 해류가 없는 경우에 해당된다. 고주파수 영역에서 파가 부서지는 소위 평형영역(equilibrium range)에서의 주파수 스펙트럼을 해류가 있는 해역에서도 얻을 수 있다. 즉, 해류를 따라 움직이는 축에서의 주파수 스펙트럼 $S^e(\sigma, h, U)$ 로부터 고정된 축에서의 주파수 스펙트럼 $S^e(\omega, h, U)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S^e(\omega, h, U) = \frac{1}{\frac{d\omega}{d\sigma}} S^e(\sigma, h, U) \tag{3.3.2}$$

여기서

$$S^e(\sigma, h, U) = S_P \Phi_J \Phi_K \tag{3.3.3}$$

$$S_P(\sigma) = \alpha g^2 (2\pi)^{-9} \sigma^{-5} \tag{3.3.4}$$

$$\Phi_J(\sigma, \sigma_p, \gamma, \beta) = \exp[\ln(\gamma)\exp\{-\frac{(\sigma/\sigma_p - 1)^2}{2\beta^2}\}] \tag{3.3.5}$$

$$\Phi_K(\sigma, h) = \begin{cases} 0.5\frac{\sigma^2 h}{g}, & \sigma\sqrt{\frac{h}{g}} < 1 \\ 1-0.5(2-\sigma\sqrt{\frac{h}{g}})^2, & 1 \le \sigma\sqrt{\frac{h}{g}} \le 2 \\ 1, & \sigma\sqrt{\frac{h}{g}} > 2 \end{cases} \tag{3.3.6}$$

S_P 는 Phillips 상수 α 로 결정되는 평형영역에서의 주파수 스펙트럼이고, Φ_J 는 첨

두신장인자 γ와 스펙트럼 폭 변수 β로 결정되는 JONSWAP 형태함수이고, Φ_K는 수심의 효과를 반영하는 Kitaigordskii 형태함수로서 식 (3.3.6)로 근사적으로 구할 수 있다. 식 (3.3.5)에서 아랫첨자 p는 첨두주기를 나타내고 스펙트럼 폭 변수 β는 다음과 같다.

$$\beta=\begin{cases}0.07, & \sigma\leq\sigma_p\\ 0.09, & \sigma>\sigma_p\end{cases} \tag{3.3.7}$$

식 (3.3.2)에서 $d\omega/d\sigma$는 Eckart(1951)가 제안한 근사치의 분산관계식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{d\omega}{d\sigma}=1+\frac{\sigma U}{g}\left[\frac{2}{\sqrt{\tanh\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right)}}-\frac{\frac{\sigma^2}{g}h}{\cosh^2\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right)\left\{\tanh\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right)\right\}^{3/2}}\right] \tag{3.3.8}$$

즉, 해류가 있는 해역에서의 주파수 스펙트럼으로서 식 (3.3.1)과 식 (3.3.2)로부터 구한 값 가운데 작은 값을 취한다.

입사파의 조건은 $f_p=0.1Hz$, $h=35m$, $\alpha=0.003523$, $\gamma=20$ 이다. 첨두주기에서의 상대수심은 $\overline{k_0}h=0.5\pi$의 중간수심이다. 속도비가 U/C_0 = -0.1, 0, 0.1의 각 경우에 내부조파하였다. 해석가능성(resolution)과 수치적인 안정성을 얻기 위하여 입사파의 주파수 영역을 제한하여야 한다. 주파수 스펙트럼의 에너지 밀도가 첨두 주파수 에너지 밀도의 5 % 이하인 부분을 제외시켰다. 수치계산시 사용되는 대표 주파수는 가중평균하여 구했다. 각 경우에 수치계산을 위하여 제한한 주파수 영역에서의 유의파고, 이 유의파고가 전체 에너지에서 차지하는 퍼센트, 최대·최소·대표 주파수를 Table 3.3.1에 나타내었다. 불규칙파의 수면변위는 시간간격 $\Delta t=T_p/95$ 로 32,768개의 총 시간 344.93 T_p의 시계열을 만들었다. 이 시간이 경과한 뒤에는 처음의 시계열을 반복하게 하였다.

수치계산 영역은 $3L_p$(L_p는 첨두주기에서의 파장)의 공간을 두고 좌·우 경계에 최대 파장의 2.5배 두께의 스폰지층을 두고 조파지점은 왼쪽 스폰지층에 인접한

Table 3.3.1 Significant waveheight and frequencies of incident random waves

U/C_0	H_s (% of coverage)	f_{min}	$\overline{f}$	f_{max}
-0.1	5.38 m (94%)	0.083 Hz	0.102 Hz	0.131 Hz
0	4.35 m (90%)	0.084 Hz	0.103 Hz	0.139 Hz
0.1	3.60 m (87%)	0.086 Hz	0.102 Hz	0.125 Hz

바로 오른쪽 지점에 두었다. 격자간격은 최소파장의 1/10이 되게 하여 공간적으로 충분한 해상도를 얻을 수 있었다. 최대 Courant 수는 $C_{r\,max} = C_{e\,max}\Delta t/\Delta x$ = 0.1이 되어 수치적으로 안정한 해를 얻을 수 있었다.

모형식의 계수를 선택할 때 대표 주파수 $\overline{f}$를 사용하기 때문에 불규칙파의 파장을 정확히 재현할 수 없다. 각각의 주파수 f에 대응하여 모형식에서 재현되는 파수는 eikonal 식 (2.9)로부터 구할 수 있고 엄밀해는 선형 분산식 (2.3)으로부터 구할 수 있다. 입사파의 주파수 영역에서 모형식이 재현하는 파장의 엄밀해에 대한 퍼센트 오차를 Fig. 3.3.1에 도시하였다. 대표 주파수를 제외한 모든 주파수 영역에서 모형식이 재현하는 파장은 실제보다 크다. 각 경우를 살펴보면 $U/C_0 = -0.1$ 에서 오차가 가장 크고, $U/C_0 = 0$ 에서 그 다음으로 크고, $U/C_0 = 0.1$ 에서 가장 작다. 해석적으로 얻은 오차에 대한 정보를 수치적으로 재현한 경우에 살펴보았다. 조파 시작 후 50 T_p가 경과한 시각에 재현된 수면변위와 엄밀해를 Fig. 3.3.2에서 살펴 본 결과 해석적으로 얻은 정보와 마찬가지로 $U/C_0 = -0.1$ 에서 오차가 가장 크고, $U/C_0 = 0$ 에서 그 다음으로 크고, $U/C_0 = 0.1$ 에서 가장 작았다.

$x = L_p$ 지점에서 수면변위 η의 시계열을 측정하였다. 입사파 가운데 단주기파도 측정지점에서 감지하기 위하여 조파 시작 후 50 T_p가 경과한 시각부터 387.81 T_p까지 $\Delta t = T_p/24.25$ 의 시간간격으로 모두 8,192개의 시계열을 측정하였다. 주파수 스펙트럼을 구하는 방법으로서 FFT 기법을 사용하고 Otnes와 Enochson(1978)의 평활화기법을 사용하였다. 즉, 8,192개의 측정값을 인접한 묶음이 서로 50%씩 중복되게 하여 각각의 묶음이 2,048개의 측정값을 갖는 총 7개의

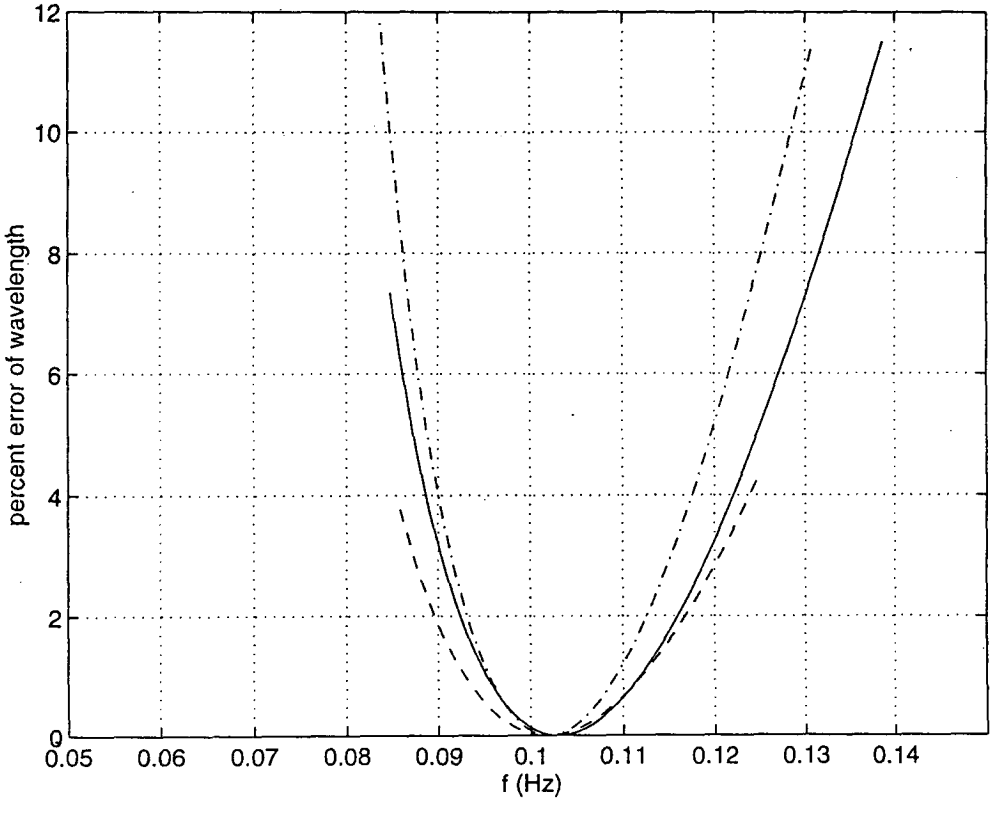

Fig. 3.3.1 Percent error of resolved wavelength compared to the exact solution; solid line: U/C_0 = 0, dashed line: U/C_0 = 0.1, dash-dotted line: U/C_0 = -0.1.

묶음으로 분리하였다. 각 묶음에 대하여 FFT 기법을 사용하여 주파수 성분을 구한 후 7개의 묶음에 대하여 ensemble 평균하였다. 또한 좀 더 평활한 추정치를 얻기 위하여 5개의 인접한 주파수 성분을 평균하였다. 최종 스펙트럼의 자유도는 대략 47 이 될 것이다. Fig. 3.3.3에 보는 바와 같이 수치적으로 재현된 입사파의 주파수 스펙트럼은 목표 스펙트럼과 일치함을 알 수 있다. 해류가 파랑과 같은 방향(또는, 반대 방향)으로 흐르는 경우, 해류가 없는 경우에 비하여 파의 에너지가 작음(또는, 큼)을 알 수 있다.

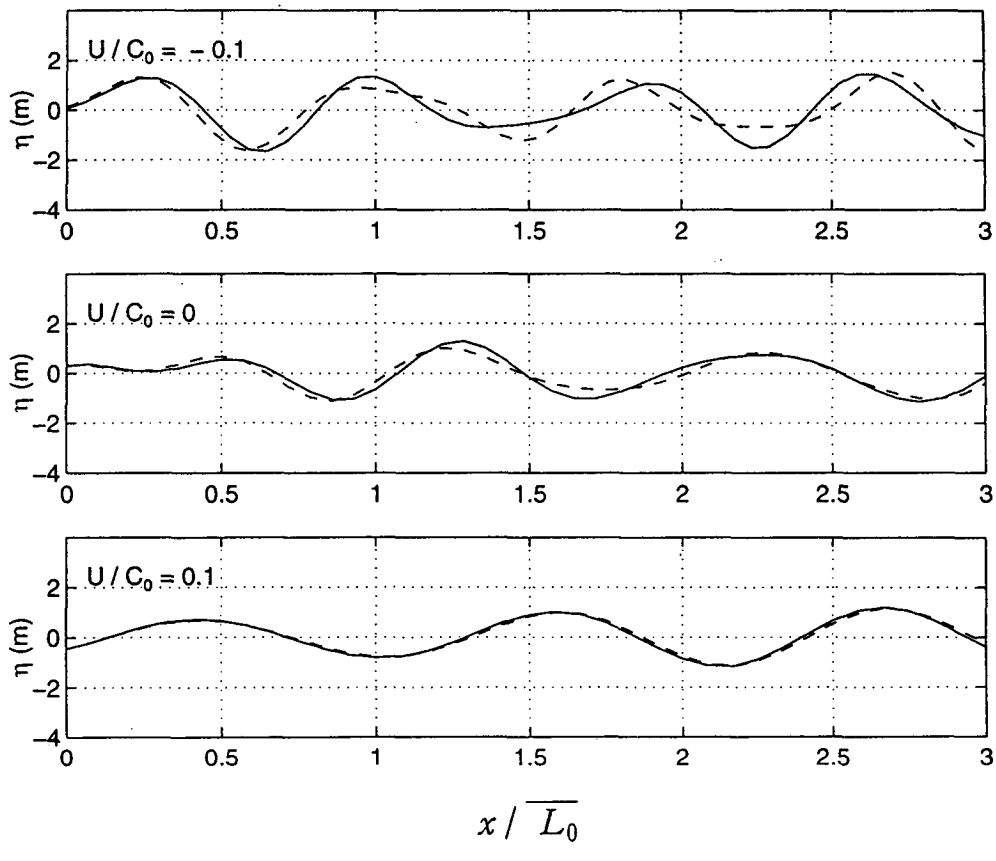

Fig. 3.3.2 Water surface elevations of random waves at $t = 50\ T_p$; solid line : model solution, dashed line : exact solution.

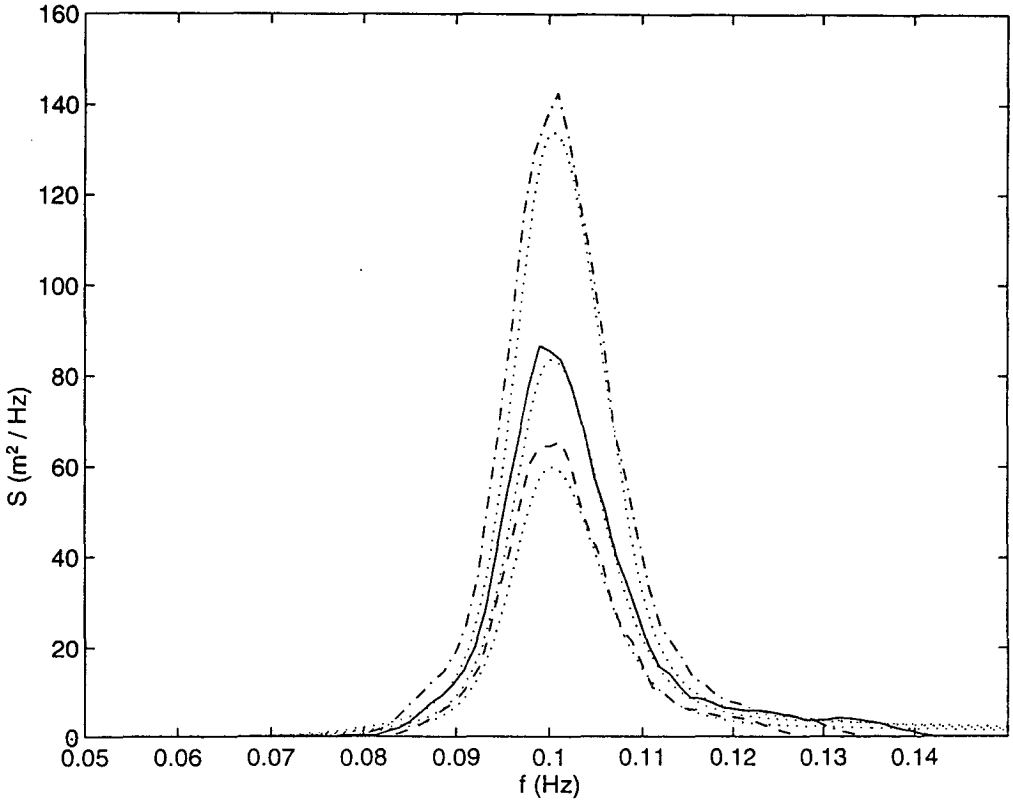

Fig. 3.3.3 Frequency spectra of unidirectional random waves; solid line : U/C_0 = 0, dashed line : U/C_0 = 0.1, dash-dotted line : U/C_0 = -0.1, dotted line : corresponding target.

제4장 맺음말

본 연구에서 흐름의 영향을 받는 해역에서 시간의존 파랑식인 Lee(1998)의 모형식에 적용 가능한 내부조파기법을 개발하였다. 내부조파의 개념으로서 입사파에 의한 교란파의 전파속도는 에너지전송속도라는 이창훈(1997)의 에너지전송의 개념을 사용하였다. 조파선을 중심으로 해류가 좌·우에서 서로 대칭이 되게 하고 조파선상에서는 좌·우의 해류가 상쇄되어 존재하지 않게 함으로서 파랑특성이 조파선을 중심으로 좌·우 대칭이 되어야 하는 내부조파의 조건을 만족시켰다. 기하광학의 기법을 사용하여 에너지전송속도를 구하였다. 이때 해류의 영향이 고려된 시간미분 연산자를 사용하였다. Lee의 모형식에 내부조파기법을 사용하여 일방향 단일성분파 및 불규칙파를 성공적으로 재현함으로서 에너지전송의 개념에 의한 내부조파의 타당성을 증명하였다. 이때 시간미분식은 Adams-Moulton Predictor-Corrector 법을 사용하여 유한차분하였고 공간미분식은 3점대칭법을 사용하여 유한차분하였다.

향후 연구과제로서 Lee의 식에 다방향 규칙파 및 불규칙파의 내부조파도 가능할 것이다. 본 연구에서 개발한 에너지전송속도는 수심이 일정하고 해류의 속도가 일정한 경우에 적용될 수 있다. 그러나, 실제 해역은 수심과 해류의 속도가 모두 변하므로 본 연구에서 개발한 에너지전송속도를 사용함으로서 그 변화의 정도에 따라 발생하는 오차를 규명할 필요가 있다. 더 나아가 수심 및 해류가 변하는 경우에도 적용될 수 있는 에너지전송속도도 개발할 필요가 있다.

참고문헌
(References)

윤성범, 이종인, 이정규, 채장원. (1996). "항내 수면교란 수치예측모형의 경계처리 기법." **대한토목학회논문집**, 제 16권 제 2-1호, pp.53-62.

이창훈. (1997). "시간의존 완경사방정식에서의 내부조파기법." **대한토목학회논문집**, 제 17권 제 2-4호, pp.359-366.

이창훈, 서경덕. (1997). "시간의존 완경사방정식에서 다방향 불규칙파의 내부조파." **대한토목학회논문집**, 제 17권 제 2-4호, pp.367-376.

Booij, N. (1981). "Gravity waves on water with non-uniform depth and current." *Report No.81-1*, Dept. of Civil Eng., Delft Univ. of Technology.

Bouws, E., Günther, H., Rosenthal, W. and Vincent, C.L. (1985). "Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water 1. spectral form." *J. Geophys. Res.*, 90(C1), pp.975-986.

Copeland, G.J.M. (1985). "A practical alternative to the mild-slope wave equation." *Coastal Eng.*, 9, pp.125-149.

Eckart, C. (1951). "Surface waves on water of variable depth." *Report No. SIO 51-12*, Scripps Inst. of Oceanography, La Jolla, Calif.

Kirby, J.T. (1984). "A note on linear surface wave - current interaction over slowly varying topography." *J. Geophy. Res.*, 89(C1), pp.745-747.

Kirby, J.T., Lee, C., Rasmussen, C. (1992). "Time-dependent solutions of the mild-slope wave equation." *23rd Int. Conf. Coastal Eng.*, Venice, pp.391-404.

Larsen, J. and Dancy, H. (1983). "Open boundaries in short wave simulations - a new approach." *Coastal Eng.*, 7, pp.285-297.

Lee, C. (1998). "Time-dependent equations for linear surface wave-current interaction over rapidly varying topography." *KSCE J. Civil Eng.* (in press).

Lee, C. and Pyun, C.K. (1995). "Wave group behavior for time-dependent mild-slope equations." *J. Korean Society of Civil Engrs.*, 15, pp.1659-1668.

Madsen, P.A. and Larsen, J. (1987). "An efficient finite-difference approach to the mild-slope equation." *Coastal Eng.*, 7, pp.329-351.

Otnes, R.K. and Enochson, L. (1978). *Applied Time Series Analysis, Vol.1, Basic Techniques*, John Wiley and Sons, New York, N.Y.

Radder, A.C. and Dingemans, M.W. (1985). "Canonical equations for almost periodic, weakly nonlinear gravity waves." *Wave Motion*, 7, pp.473-485.

Smith, R. and Sprinks, T. (1975). "Scattering of surface waves by a conical island." *J. Fluid Mech.*, Vol. 72, pp.373-384.

Suh, K.D., Kim, Y.-Y. and Lee, D.Y. (1994). "Equilibrium-range spectrum of waves propagating on currents." *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 120, pp.434-450.

Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S. (1997). "Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography." *Coastal Eng.*, 32, pp.91-118.